



Universidad de Baja California

TESIS DOCTORAL

**Un estudio sobre el aprendizaje de la Geometría
con alumnos de Educación Media Superior,
utilizando herramientas computacionales.**

QUE PRESENTA

Eleazar Sashida Rojas

PARA OBTENER EL GRADO DE

Doctor en Gerencia y Política Educativa

DIRECTOR DE TESIS DOCTORAL

Dr. Claudio Rafael Vásquez Martínez

Tepic, Nayarit; Julio del 2013.

DEDICATORIAS

A Dios, por brindarme fortaleza y mis capacidades que me han permitido llegar al fin de una nueva etapa en mi vida.

A mis Padres, con todo el amor y gratitud por darme la formación humana y oportunidad por emprender el proyecto de vida.

A mi Esposa e hijas, con amor quienes me han dado su incesante apoyo, tiempo y estímulo a través de los años.

AGRADECIMIENTOS

Merece reconocimiento especial la asesoría del Dr. Claudio Rafael Vásquez Martínez, por su acertada revisión en el contenido y oportuna guía para darle sustento al tratado.

Agradezco a las autoridades particularmente al Dr. Antonio Ayón Bañuelos, Rector de la Universidad de Baja California campus Tepic, por su revisión profunda y motivación a concluir los estudios doctorales y descubrir un nuevo mundo de pensamientos sabios y complejos para que los paradigmas gnoseológicos se vayan ampliando.

A todos aquellos que en forma material o espiritual han contribuido a la elaboración de este tratado.

ÍNDICE GENERAL	
LISTADO DE GRÁFICOS.....	6
RESUMEN.....	7
ABSTRACT.....	8
INTRODUCCIÓN.....	9
CAPÍTULO I. PROBLEMA	13
1.1. Planteamiento del Problema.....	19
1.2 Objetivos de la investigación.	19
1.3. Hipótesis.....	19
1.4. Justificación.	20
1.5. Alcances y limitaciones.....	22
1.6. El Colegio de Bachilleres.....	24
1.7. Antecedentes y entorno institucional.	24
1.8 Objetivos del bachillerato.....	26
1.9. Unidades de enseñanza abierta.	27
1.10. Misión, visión y filosofía del colegio de bachilleres del Estado de Michoacán.	31
1.1.1. Evolución y calidad educativa.....	33
1.1.2. Tendencias actuales de la educación.....	37
1.1.3. La modalidad educativa del sistema abierto del SEA-Pátzcuaro.....	38
1.1.4. La estructura curricular.	40
1.1.5. Infraestructura y tecnología del SEA- Pátzcuaro.	45
CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO	48
2.1 Antecedentes.....	48
2.2. Teorías psicopedagógicas.	50
2.3. Enfoques metodológicos de la enseñanza para un aprendizaje significativo de la matemática.....	51
2.4. Retos educativos del futuro para la enseñanza de la matemática.....	59
2.5. Modelo de Van Hiele.	62
2.6. La resolución de problemas de matemáticas.	64
2.6.1. Movimiento mundial de las matemáticas modernas.....	65
2.6.2. Regreso a lo fundamental.	66
2.6.3. Movimiento de la resolución de problemas.	67
2.6.3.2. El trabajo de Mason.....	70
2.6.3.3. El trabajo de Schoenfeld.	71
2.7. Las herramientas tecnológicas y la matemática.	72

2.8. Las representaciones en el aprendizaje de las matemáticas.	73
CAPÍTULO III. MARCO METODOLÓGICO.	77
3.1. Diseño de investigación.....	77
3.1.1. Fundamento Epistemológico.....	77
3.2. Tipos de diseños de investigación.....	78
3.2.1. Diseño de la Investigación.	79
3.2.2. Nivel de Investigación.	81
3.3. Población y muestra.	84
3.4. Instrumentos.....	84
3.4.1. El cuestionario diagnóstico.....	84
3.4.2. Objetivo y contenidos.	85
3.5. Técnicas y métodos.....	88
3.6. Procesamiento de datos.	89
3.6.1. Comparación de Resultados.	93
CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS.	94
4.1 Resultados obtenidos.	94
4.1.1. Evaluación de los cuestionarios de valoración por los estudiantes del círculo de aprendizaje.....	94
4.1.2. Evaluación comparativa de los dos exámenes: diagnóstica y final.	96
4.2. Discusión.	99
CONCLUSIONES.	101
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	106
ANEXOS.	110

LISTADO DE GRÁFICOS.

TABLAS:

1. Teoría psicopedagógica	51
2. Postulado central del enfoque constructivista	56
3. Diferencia entre educación tradicional y educación activa....	61
4. Temas y objetivos de las actividades de la propuesta.....	87
5. Fases del estudio de investigación.....	90
6. Descripción del desarrollo de las sesiones.....	91
7. Estilo de aprendizaje de los estudiantes	95
8. Valoración por los estudiantes del estudio	96
9. Evaluación del examen diagnóstico.....	98
10. Evaluación del examen final.....	99

ESQUEMAS:

1. Ruta de avance del conocimiento geométrico.....	24
2. Nuevo plan de estudios de la reforma educativa.....	44
3. Mapa conceptual de la asignatura de matemáticas II.....	45
4. Ubicación esquemática de la asignatura de matemáticas II..	45
5. Componentes de las estrategias de aprendizaje significativo	55
6. Las interacciones cognitivas subyacentes involucradas en la actividad geométrica	75

GRÁFICAS:

1. Histograma del examen diagnóstico	100
2. Histograma del examen final	100

ANEXOS:

1. Examen de diagnóstico y examen final.....	112
2. Cuestionario para encuesta Money-Alonso	121
3. Manual del Geómetra.....	126
4. Manual de actividades del círculo de aprendizaje.....	135

RESUMEN

El presente estudio del aprendizaje de propiedades de ángulos y triángulos con alumnos del nivel medio superior utilizando herramientas computacionales, consiste en el desarrollo de una estrategia diferente que mejore el aprendizaje de las propiedades mencionadas con un enfoque didáctico distinto al clásico, auxiliándose del software computacional The Geometer's Sketchpad (Geómetra), el cuál se llevó a cabo durante 20 sesiones en un círculo de aprendizaje integrados por 10 estudiantes del bachillerato del sistema abierto (estudiantes de 18 a 30 años de edad) en proceso de regularización en la asignatura de matemáticas II, donde se aplicó un modelo con secuencias de prácticas guiadas.

También se aplicó un examen diagnóstico cuyo objetivo fue conocer el nivel de conocimientos previos al inicio del aprendizaje en círculo de estudio con estudiantes, el cual se llevó a cabo en 20 sesiones de dos horas cada una, distribuidas en 8 semanas y que sirvió de base de comparación con la aplicación del mismo examen pero agregándole otros reactivos para conocer su avance académico, obteniéndose una mejoría del 80 % en el aprendizaje de acuerdo a los resultados alcanzados en los exámenes y según los análisis estadísticos. Los resultados obtenidos permiten concluir que la utilización del software de geometría dinámica El Geómetra influye positivamente en el aprendizaje de las propiedades de ángulos y triángulos y a su vez en la motivación de los alumnos.

Para la aplicación de la estrategia didáctica se adaptó un manual de prácticas didácticas y la guía rápida del Geómetra, a desarrollar por los estudiantes del círculo de aprendizaje, que están cursando la asignatura de matemáticas II en el Sistema de Enseñanza Abierta, Unidad Pátzcuaro del Colegio de Bachilleres del Estado de Michoacán.

PALABRAS CLAVES:

Aprendizaje, geometría, calidad educativa y problemas matemáticos.

ABSTRACT

The present study of the learning of properties of angles and triangles with students of the superior mean level using computer tools, consists of the development of a different strategy that it improves the learning of the properties mentioned with a didactic approach different from the classic one, helping of computational software The Geometer ' s Sketchpad, which was carried out during 20 sessions in a circle of learning integrated by 10 students in process of regularization in mathematics II student's, where a model with sequences of guided practices was applied.

Also diagnosis was applied to an examination whose objective was to know the level previous knowledge initiated of the learning in circle of learning with students, which was carried out in 20 sessions of two hours each one, distributed in 8 weeks and that served as base of comparison with the application of he himself examination but adding other reagents to him to know their advance academic, obtaining an improvement of 80% in the learning according to the results reached in the examinations and according to the statistical analyses.

For the application of the didactic strategy I adapt manual of practices and a fast guide of the Geometrician, to develop by the students of the learning circle, who are attending the sujet of mathematics II in the System of Opened Education, Pátzcuaro Unit of the high school of the State of Michoacán.

KEY WORDS:

Learning, geometry, educacional quality, and mathetmatic problem's.

INTRODUCCIÓN

En el desarrollo del estudio del aprendizaje de propiedades de ángulos y triángulos con alumnos del nivel medio superior utilizando herramientas computacionales, fue necesario consideración de varios interrogantes cuyas respuestas contribuyen a la articulación de un perfil requerido en la matemática del segundo semestre del bachillerato, como campo de indagación. Como una ilustración del tipo de preguntas que nos interesa y dieron origen a este trabajo, se presentan las siguientes:

1. ¿Cuál es el impacto que produce el uso del software (*El Geómetra*) para la geometría dinámica en el proceso de percepción de las propiedades de ángulos y triángulos en estudiantes del bachillerato?
2. ¿Es posible elaborar y/o aplicar una propuesta didáctica que propicie una evolución y avance en el conocimiento de la geometría plana en los estudiantes del bachillerato?
3. ¿Qué tipos de actividades pueden resultar útiles en el aprendizaje de la geometría?
4. ¿Por qué incluir la tecnología en el aula o espacios destinados para aprender geometría?

El estudio parte de tres supuestos básicos:

- a. Se considera que en el desarrollo actual de la Educación Matemática, se reconoce la importancia de integrar los procesos del quehacer de la disciplina como conjeturar, formular contraejemplos, argumentar, representar, etc. con las diversas líneas de contenidos específicos de la matemática del segundo semestre del bachillerato.
- b. Es posible diseñar o implementar actividades de aprendizaje donde tales procesos aparecen como relevantes en el estudio de las diversas líneas de contenido de la matemática II del nivel medio superior.
- c. Se considera que el empleo de las herramientas computacionales es esencial en el aprendizaje de las matemáticas II en los tiempos actuales.

El estudio se desarrolla alrededor de dos aspectos relacionados:

- (a) El reconocimiento de las actividades de aprendizaje expresadas en las prácticas didácticas guiadas y las libres o de aplicación para la resolución de problemas geométricos como esencial en el estudio de las matemáticas del segundo semestre. En este sentido, en el presente estudio, nos proponemos generar una documentación sobre

la manera de propiciar en el aula o espacio para aprender matemática, con estudiantes del nivel medio superior, procesos de pensamiento matemático como lo es principalmente la identificación de las propiedades de ángulos y triángulos, alcance de este estudio, los patrones, producción de conjeturas, formulación de contraejemplos y procesos alternativos de comunicación de ideas matemáticas.

(b) El empleo *de la tecnología computacional* en el aula o espacio de aprendizaje de la matemática. El desarrollo de la unidad I (ángulos y triángulos) de matemáticas II en investigación se llevó a cabo en un cubículo improvisado con cinco computadoras en la Unidad Pátzcuaro del COBAEM, debido a la falta de recursos computacionales en el establecimiento.

La tesis está dividida en listado de gráficos, resumen, abstract, la introducción general, la presentación del problema de investigación, cuatro capítulos, conclusiones, referencias bibliográficas y anexos:

- I. El problema,
- II. El marco teórico,
- III. El marco metodológico,
- IV. Análisis de resultados.

A continuación se hace una breve descripción de cada uno de ellos:

La discusión del capítulo I, el problema, gira en torno a tres temas: el primero está relacionado con la reciente reforma del plan de estudio realizada en el COBAEM. Tal reforma coinciden en el señalamiento de que, en el aula o cubículo de matemáticas, es posible construir un ambiente dinámico en el cual los estudiantes pueden comunicar sus ideas, hacer preguntas, proponer conjeturas y formular contraejemplos. A continuación, se presenta la pregunta de investigación y una breve descripción de los criterios tenidos en cuenta para contestarla, se reflexiona sobre la pregunta de investigación. Allí se citan las ideas centrales que le dan justificación al presente estudio, el objetivo general y particulares.

Además incluye los antecedentes del COBAEM, objetivos, el sistema abierto, la estructura curricular -Plan de estudios y ubicación curricular de la asignatura de Matemáticas II- que enmarca y respalda el estudio.

El capítulo II, contiene el marco teórico, está compuesto de ocho secciones: donde se presentan los elementos teóricos que servirán de

base en la propuesta de aprender matemáticas vía las prácticas guiadas o de aplicación para la resolución de problemas. En las primeras secciones se reflexiona sobre el empleo de la tecnología en el aula de matemáticas.

En este capítulo se menciona sobre algunos trabajos que documentan la manera como se razona, construye, plantean y se resuelven problemas de matemáticas, utilizando el modelo de Van Hiel, el aspecto teórico del constructivismo y los aprendizajes significativos.

En cada una de estas secciones se pone de manifiesto la manera como se entienden y se usan algunos términos claves que sirven de soporte en la fase de análisis de la información recogida.

En el Capítulo III, contiene el marco metodológico, se describe el diseño de investigación, desarrollo de la estrategia y la metodología. Se menciona cada una de las fases que se siguieron en la etapa de estudio: del examen diagnóstico, desarrollo de la metodología y descripción de resultados y contrastación.

Se describen cada una de las acciones tendientes a conformar el conjunto de actividades, los criterios de selección de actividades. Además se describen las características de los estudiantes participantes en el estudio y los aspectos sobresalientes de las actividades implementadas.

En el Capítulo IV se hace la presentación y el análisis de los resultados. En él se incluyen dos secciones: los resultados de la fase inicial, y de la final. Cada una de estas fases tuvo una duración aproximada de un mes. En cada fase se trabajaron diez actividades. Proponer estas actividades a los estudiantes tuvo como propósito estimular el estudio de la geometría utilizando la representación gráfica, por ejemplo. El trabajo de los estudiantes y el profesor con cada una de las prácticas ofreció una oportunidad para discutir sobre varios contenidos del curso de Geometría plana (propiedades de los ángulos, triángulos etc.) y sobre aspectos centrales de la aplicación.

Aunado a lo anterior se presentan las conclusiones y recomendaciones del estudio. Allí se contesta la pregunta de investigación, se detallan los hallazgos y se hacen recomendaciones para que los profesores de matemáticas tengan en cuenta, dentro de su trabajo, los resultados que aquí se generan.

Finalmente se menciona las referencias bibliográficas y anexos utilizados donde se reproducen los cuestionarios aplicados a los alumnos que participaron en el estudio, el examen de diagnóstico, el examen final y el manual de las actividades o prácticas con estudiantes del sistema de enseñanza abierta, Unidad Pátzcuaro del COBAEM.

CAPÍTULO I. PROBLEMA

La discusión en el presente apartado, gira en torno a cuatro temas: la reforma a los planes de estudio del Colegio de Bachilleres del Estado de Michoacán, algunas bondades del uso de las herramientas tecnológicas, las preguntas de investigación, su propósito, la hipótesis cuya validez pretendemos analizar, objetivos, justificación del problema y la cita de la referencia bibliográfica que están directamente relacionadas con el estudio.

El primer tema está relacionado con la reciente reforma del plan de estudio realizada en el COBAEM. Tal reforma coincide en el señalamiento de que, en el aula de matemáticas, es posible construir un ambiente dinámico en el cual los estudiantes pueden comunicar sus ideas, hacer preguntas, construir conjeturas y formular contraejemplos.

En la segunda parte, se hace una breve discusión de las perspectivas que abre para la Educación Matemática, el uso de las herramientas tecnológicas en el aula y se presentan las características sobresalientes de las dos piezas de software (El Geómetra) que se usan en el presente estudio.

Posteriormente, se presentan las preguntas de investigación y una breve descripción de los criterios tenidos en cuenta para contestarlas.

Por último, se reflexiona sobre la pregunta ¿Cuál es el propósito del estudio de las propiedades de ángulos y triángulos con alumnos del nivel medio superior utilizando herramientas computacionales?. Allí se citan las ideas centrales que le dan justificación al presente trabajo.

La reforma curricular en el Colegio de Bachilleres del Estado de Michoacán.

En las recientes reformas curriculares de matemáticas en el nivel medio superior se identifica a la resolución de problemas como una actividad importante para el aprendizaje de las matemáticas (Schoenfeld, 1992; Santos, 1997; NCTM, 2000). Estas propuestas convergen en sus críticas al hecho que se relega el aprendizaje de las matemáticas a la memorización de un conjunto de algoritmos y técnicas las cuales pueden ser poco relevantes para el aprendizaje de esta disciplina. Se señala que debe propiciarse en el aula un ambiente dinámico en el cual los estudiantes puedan comunicar sus ideas, hacer preguntas, construir conjeturas y formular contraejemplos.

El conocimiento de la evolución de hechos de la historia pueden proporcionar una visión dinámica de las matemáticas, apreciando que sus desarrollos están ligados a otras áreas del conocimiento, lo cual puede traer implicaciones didácticas: posibilidades de desarrollo, dificultades en la construcción de una definición o un teorema. En este sentido, podemos concluir que el reconocimiento de la resolución de problemas geométricos como un área importante en el aprendizaje es avalado por la historia de las matemáticas, como se podrá observar en los ejemplos siguientes:

a. La historia de las matemáticas nos suministra incontables problemas que han despertado el interés y la expectativa de la comunidad. Por ejemplo:

a.1. Los problemas de construcción geométrica al clásico estilo de los griegos, utilizando solamente compás y regla: la cuadratura del círculo, la trisección del ángulo y la duplicación del cubo. El conocimiento de tales problemas puede contribuir en la formación de los estudiantes, en el sentido que sepan y acepten que hay problemas irresolubles.

a.2. Los esfuerzos intelectuales en la demostración del último teorema de Fermat. El conocimiento de este episodio de la historia, sin entrar en detalles técnicos, puede ayudar a modificar la creencia que la solución de un problema dura muy poco tiempo.

Por otra parte, el National Council of Teacher of Mathematics, NCTM (2000) identifica el uso de la tecnología como un principio que le debe dar soporte a las propuestas curriculares:

Las calculadoras y computadoras son herramientas esenciales para la enseñanza, aprendizaje y desarrollo de las matemáticas. Generan imágenes visuales de las ideas matemáticas, facilitan la organización y el análisis de datos, y realizar cálculos de manera eficiente y precisa... Cuando las herramientas tecnológicas están disponibles, los estudiantes pueden enfocar su atención en procesos de toma de decisiones, reflexión, razonamiento y resolución de problemas(NCTM, 2000).

En nuestro estudio de tesis se propone considerar actividades de formación geométrica con herramientas computacionales donde se resalte:

- Desarrollo y/o aplicación de una estrategia didáctica para estudiar las propiedades de los ángulos y triángulos -tema de la primera unidad del programa de matemáticas II del COBAEM- que conduzcan a resolver problemas geométricos.

- Verificación e interpretación visual de los resultados geométricos.
- Adquisición de confianza en el uso de las matemáticas, por parte de los estudiantes.

De esta forma, se resalta la importancia que tiene para el proceso de la educación del nivel medio superior, diseñar en otro diferente contexto una variedad de contenidos matemáticos, en nuestro caso, comprender las nociones básicas como las propiedades de los ángulos y triángulos hasta llegar a los problemas geométricos que puedan despertar el interés de los estudiantes, y a cultivar habilidades importantes como: implementar estrategias exitosas, verificar las soluciones de manera visual, entre otras. *Fuente inspiradora de nuestro estudio.*

- La SEP presenta un material de apoyo para el trabajo del maestro del nivel de secundaria: *El libro para el maestro de matemáticas*. En este documento se desarrolla el enfoque propuesto en la reforma curricular de 1993 para la enseñanza de las matemáticas en secundaria, se analiza la naturaleza de la asignatura y se establecen los propósitos de su enseñanza y la importancia de fundamentarla en la resolución de problemas, sobre esta última parte señala:

Un aprendizaje significativo de las matemáticas no puede reducirse a la memorización de hechos, definiciones y teoremas, ni tampoco a la aplicación mecánica de ciertos procedimientos. Por el contrario, es necesario que los alumnos aprendan a plantearse y resolver problemas en situaciones que tengan sentido para ellos y les permitan generar y comunicar conjeturas (SEP, 1993).

Esta cita recoge en gran medida la filosofía del currículo mexicano para el nivel de secundaria. Primero, critica las prácticas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas fundamentadas exclusivamente en la memorización y la mecanización. En segunda instancia, propone al maestro alternativas de trabajo en el aula que contemplan el desarrollo de aspectos medulares del pensamiento matemático, como son la comunicación y la formulación de conjeturas.

Además una de las tareas más importantes que se ha realizado en los últimos años en el bachillerato fue la Reforma Curricular, la cual encontró su fundamento en el Plan Nacional de Desarrollo y el Programa Nacional de Educación 2001-2006.

Éste último señala como una de las líneas de acción, impulsar la reforma del currículo de los estudios de este tipo en el nivel medio superior para responder a los requerimientos de la sociedad, del conocimiento y del desarrollo sustentable.

G. Promover el uso intensivo de las tecnologías de la información y la comunicación en la impartición de los programas educativos.

H. Renovar los materiales didácticos e incorporar las aportaciones de las tecnologías de la información y la comunicación.

I. Fomentar en las escuelas la utilización de tecnologías avanzadas en la realización de talleres y prácticas de laboratorio.

Fomentar en las escuelas la utilización de tecnologías avanzadas en la realización de talleres y prácticas de laboratorio (SEP, 1993).

Cuando se inició el proceso de la reforma curricular nos encontrábamos con un plan de estudios que tenía nueve años de haberse puesto en operación, por lo que no incorporaba los últimos avances de la ciencia y la tecnología.

Había sido elaborado sin la participación de los docentes y directivos de los planteles de los centros escolares, no respondía a las necesidades formativas de los estudiantes y carecía de un modelo psicopedagógico acorde a las necesidades del aprendizaje de nuestros jóvenes.

En cambio, la elaboración de un nuevo plan de estudios el cual fue coordinado por la Dirección General de Bachillerato, fue realizada a través de una gran convocatoria nacional y se basa en un modelo educativo centrado en el aprendizaje, donde la actividad de los estudiantes se orientó hacia los resultados y, desde luego, permite contar con evidencias de lo que se ha aprendido.

Ese modelo lleva a dejar las clases expositivas e incorporar los avances de las tecnologías de la información y comunicación; así los cambios se vuelven imperativos, pues de otra manera las generaciones de alumnos que han aprendido con enciclopedia llegarían al bachillerato y no encontrarían la continuidad que requiere esta nueva preparación.

Esta idea hace explícita una concepción del aprendizaje de las matemáticas como un proceso activo, resultado de una compleja red de relaciones e interacciones de los estudiantes entre sí y de los estudiantes con el profesor. Se fomenta la participación, la libre expresión y la discusión entre los asistentes al aula. Alejando de paso las viejas

creencias que marginaban la participación de los estudiantes y la relegaban a un papel pasivo.

- Después de una larga discusión, la NCTM (2000), presenta el documento denominado: *Principles and Standards for School Mathematics*, el cual contiene un conjunto de cinco estándares de contenido (números y operaciones; patrones, funciones y álgebra; geometría y sentido espacial; medición; análisis de datos; estadística y probabilidad) y cinco estándares que describen los procesos matemáticos por medio de los cuales los estudiantes deben adquirir y usar su conocimiento matemático (resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones y representaciones).

Existen diferencias notables entre la propuesta de los estándares publicados en NCTM (1989) y NCTM (2000). Por ejemplo:

- En NCTM (2000), se incluye un estándar relativo a las *representaciones matemáticas*, por la necesidad de resaltar la importancia que éstas tienen para organizar y comunicar las ideas matemáticas.
- En el documento más reciente no hay un estándar de cálculo como tal. Muchos contenidos y procesos de esta rama del conocimiento se presentan en varios estándares como el de patrones, funciones y álgebra, el de representaciones y el de resolución de problemas.

La Educación Matemática actual tiene nuevos retos, con respecto a los que tenía en NCTM (1989), cuando el Consejo Nacional de Profesores de Estados Unidos elaboró los estándares curriculares y de evaluación para la matemática escolar. Un ejemplo de estas diferencias, es el hecho de que los estudiantes acceden ahora, con mucha mayor frecuencia, al empleo de computadoras y calculadoras en el aula y fuera de ella.

Desde esta perspectiva, el reto consiste en incorporar las herramientas computacionales en el aula de matemáticas.

Los programas de matemáticas deben proporcionar el acceso individual a las ideas matemáticas “poderosas” y debe promover en los estudiantes habilidades de razonamiento analítico. Hoy vivimos en una sociedad que maneja un alto volumen de información cuantitativa (en el periódico, los noticieros, en los supermercados, etc.) y por ello conviene generar en la

escuela un espacio para que los estudiantes tengan la oportunidad de procesar y entender esta información.

Los principios y estándares para la matemática escolar tienen la intención de construir una fundamentación sólida para los procesos de formación en el aula de matemáticas. Para ello resulta indispensable reflexionar sobre las siguientes preguntas:

¿Qué características debe tener la formación en matemáticas para proporcionar experiencias que incidan en el aprendizaje de todos los estudiantes? ¿Qué contenidos y procesos matemáticos deben aprender los estudiantes durante sus experiencias de aprendizaje?.

De aquí que nuestro problema sea el siguiente:

En el proceso de aprendizaje de la Matemática y en particular de la Geometría en el nivel medio superior, no se logra que los estudiantes dominen los conceptos básicos en esta disciplina. De esta manera el objeto de estudio de este trabajo es, por tanto, el proceso de aprendizaje de la geometría en el nivel medio superior.

Y como campo de acción, el proceso de aprendizaje de la geometría vinculado con el *software* en el nivel medio superior. Que el alumno aprenda por su cuenta la matemática utilizando la herramienta computacional.

En el problema de investigación se tomarán en cuenta los siguientes criterios para delimitar el problema:

1. Se enfoca la atención hacia algunos procesos del quehacer matemático como:

- a. Encontrar patrones.
- b. Particularizar.
- c. Generalizar.
- d. Formular conjeturas.
- e. Encontrar contraejemplos.
- f. Tratar de comunicar las ideas involucradas en la solución de un problema.
- g. Utilizar diferentes representaciones (tabulares, gráficas y algebraicas).

2. En el estudio que se realizó, se usaron problemas que involucraban los temas del currículo oficial relativos a la geometría,

específicamente de segundo semestre, del Colegio de Bachilleres del Estado de Michoacán.

1.1. Planteamiento del Problema.

El software El Geómetra como una herramienta para la enseñanza y el aprendizaje de las propiedades de ángulos y triángulos con estudiantes del bachillerato. Propuesta metodológica.

Para el desarrollo del estudio se ha formulado la siguiente hipótesis:

1.2. Objetivos de la investigación.

Para poder darle solución al problema planteado nos proponemos lograr lo siguiente:

- a. Presentar un estudio metodológico realizada con estudiantes para el desarrollo del proceso de aprendizaje de la Geometría, utilizando la Computadora , que contribuya a la formación y dominio de las propiedades de los ángulos y triángulos (conceptos básicos) en esta disciplina en la Enseñanza Media Superior
- b. Obtener conocimiento significativo para el alumno a través de las actividades planteadas en el desarrollo de la propuesta metodológica
- c. Diseñar actividades para el estudio de las propiedades de los ángulos y triángulos a través de la geometría.

El aula o espacio de las matemáticas debe concebirse como un sitio donde la actividad principal es aprender matemáticas. En tal aula, los estudiantes serán capaces de:

- a. Aprender a valorar el estudio de las matemáticas,
- b. Confiar en su propia habilidad,
- c. Aprender a comunicarse matemáticamente y,
- d. Aprender a razonar matemáticamente.

1.3. Hipótesis.

El alumno mediante la utilización del software El Geómetra, aprenderá en forma eficaz las propiedades de ángulos y triángulos, aplicándolas en la resolución de problemas.

Es decir, el uso de la geometría dinámica impactará en el proceso de aprender las propiedades de los ángulos y triángulos, aplicándolas en la resolución de problemas, y, a su vez, ayudará a erradicar las dificultades de comunicación de ideas matemáticas que presentan los alumnos de segundo semestre del bachillerato

1.4. Justificación.

Se decidió trabajar con Geometría y, en particular, con las propiedades de los ángulos y triángulos por las razones que señalo a continuación:

- a. Con la reforma curricular en el Colegio de Bachilleres del Estado de Michoacán en 2005 se incorporó en las aulas una nueva manera de enseñar y aprender la matemática. Se suponía que los alumnos se apropiarían significativamente de los objetos de conocimiento matemático y entre ellos los de la geometría. Sin embargo, Fuenlabrada (1994; citado por Haro, 1999), señaló que la geometría se enseñaba de forma estática y desligada de la realidad, que muchos alumnos pensaban que los triángulos solo tienen una altura. Hernández (1997) detectó a través de cuestionarios aplicados en 5 preparatorias, que un alto porcentaje de estudiantes del bachillerato de la Universidad Michoacana, la manifestación de no haber estudiado o no recordar si estudiaron algún tema de Geometría durante el segundo semestre. Sin embargo se acepta por la mayoría la importancia de la Geometría, y se cuestiona el poco tiempo dedicado a su estudio. Una parte importante de los profesores continúa el segundo semestre con el programa de álgebra del primer semestre, dándole mayor importancia a dichos contenidos.

Sin embargo, su aprendizaje requiere de una acentuada abstracción. Como ésta se dificulta el alumno se convierte en un “seguidor de recetas” que involucran, a lo más, usar instrumentalmente los conceptos matemáticos, sin entender realmente los principios implicados en los problemas. Para la mayoría significa solo nombres, trazos y formulas, al parecer el cambio de currículo no ha implicado un cambio en las concepciones sobre la enseñanza de la geometría.

Con el afán de coadyuvar a combatir estas anomalías del proceso enseñanza-aprendizaje en el estudio de la geometría se desarrollaron actividades y se ponen en práctica estrategias y técnicas que permiten generar y utilizar conceptos matemáticos a través de las exploraciones geométricas.

- b. Justificación del aprendizaje y la enseñanza de los contenidos.

Se observa que los alumnos llegan al Colegio de Bachilleres con ciertas carencias sobre los temas de ángulos y triángulos. Aun cuando los contenidos geométricos ocupan buena parte de los programas de estudio de matemáticas de las escuelas primaria y secundaria se puede apreciar la ausencia de continuidad con los contenidos geométricos de los programas del bachillerato.

Cuando los alumnos llegan al bachillerato, donde la geometría es fundamental para las asignaturas de las definiciones profesionales, como es el caso de los futuros arquitectos o ingenieros donde el diseño y manejo de espacios para el desarrollo de las actividades humanas es fundamental, muchos de ellos muestran dificultades para fundamentar la forma y sustentar los diseños de espacios. Específicamente se nota la carencia en el conocimiento de los temas de ángulos y triángulos.

Se justifica el aprendizaje por su uso en la vida cotidiana, en otros temas de matemáticas y el uso en las ciencias.

- c. Justificación del uso de medios computarizados como alternativa de apoyo en la asignatura de matemáticas II en la reforma curricular del COBAEM.

Al igual que en la resolución de problemas, las reformas a los programas de estudio contemplan la incorporación de las nuevas tecnologías en el aula de matemáticas. Veamos parte de la evolución que estas propuestas han tenido en algunos países:

- La modificación de los planes y programas impulsada por la SEP (1994) recomienda:

- a. El uso de la calculadora como auxiliar en la solución de problemas SEP (1994).

- b. El maestro podrá permitir el uso de las calculadoras en los exámenes, salvo en aquellas situaciones donde se trate de evaluar específicamente el conocimiento de los algoritmos para operar con números (SEP, 1994).

Las dos sugerencias anteriores constituyen una apertura al uso de las calculadoras dentro del aula de matemáticas. Sin embargo, no se muestran ejemplos o criterios específicos para su implementación. La segunda recomendación trasluce una confusión sobre las relaciones entre la capacidad de los estudiantes para elegir una estrategia algorítmica y la ejecución del algoritmo por parte de la calculadora. Por otra parte, no se contempla la posibilidad de usar la calculadora para encontrar patrones, o para generar distintas representaciones de un objeto matemático.

1.5. Alcances y limitaciones.

El Principio Tecnológico de los Estándares (2000), destaca como un eje importante en la presente investigación. Este principio declara:

La tecnología es esencial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Influye en la matemática que se enseña y ayuda al aprendizaje de los estudiantes NCTM (2000).

La discusión de la NCTM (2000), sobre este particular ha sido orientada al uso de las tecnologías computacionales. El uso de tales tecnologías es uno de los factores prioritarios de la educación moderna.

El objetivo planeado en este trabajo es lograr que el alumno adquiriera un aprendizaje significativo; es decir, que encuentre una interpretación y sentido de lo aprendido con su entorno, en el aprendizaje de la geometría mediante la resolución de problemas prácticos, donde puede apoyarse con el uso de la computadora personal y de *software* conveniente. Es importante desarrollar actividades preliminares para tener una base de aprendizaje que permita desarrollar habilidades, que conduzcan a lo siguiente:

- A través de la visualización de objetos matemáticos llegar a adquirir ciertas nociones en la geometría.
- La utilización de imágenes para inducir las propiedades de los objetos matemáticos

Conjeturar generalizaciones con las prácticas diseñadas en esta propuesta

El programa Geómetra es un software diseñado bajo la filosofía de micro mundo computacional (Balacheff y Kaput, 1996), el alumno puede representar situaciones mediante la construcción de figuras geométricas, experimentando, explorando y descubriendo propiedades. La idea pedagógica básica del programa, reside en la posibilidad de la manipulación directa de las figuras creadas, desplazándolas y capturando sus elementos básicos.

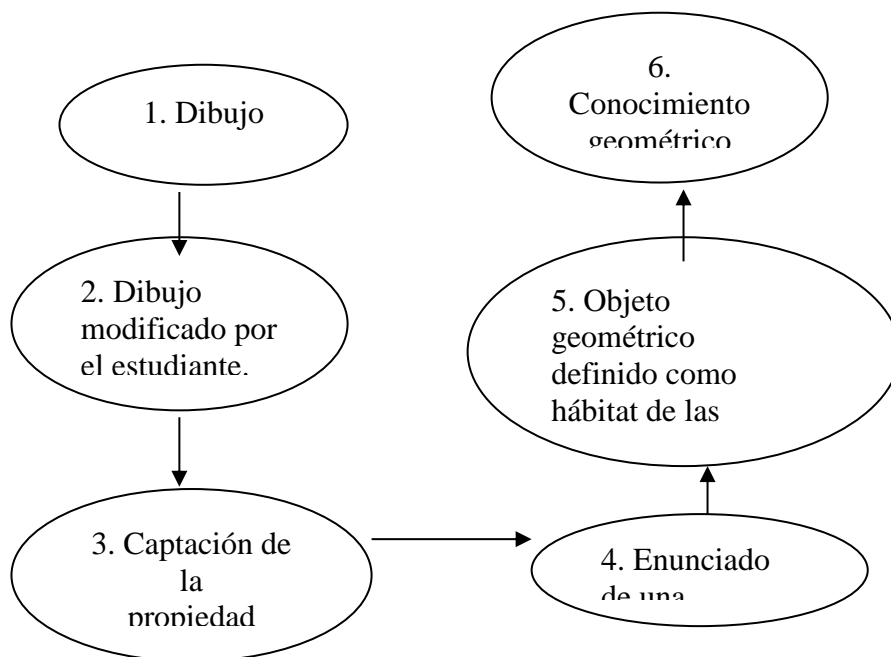
Se pueden mencionar dos características esenciales:

- la coexistencia de primitivas del dibujo puro (punto, línea, círculo, etcétera) y las primitivas geométricas (recta perpendicular, mediatriz, bisectriz, etc.)
- la manipulación directa del dibujo

Un micro mundo como Geómetra permite crear las realidades espaciales gráficas de los objetos geométricos con la ayuda de los comandos expresados en términos de primitivas geométricas.

Para apoyar el uso de la tecnología, Moreno (2002), propone un entorno dinámico como el Geómetra permite al alumno avanzar en una ruta que va desde el dibujo, pasando por la exploración del mismo y llegando a construir un conocimiento geométrico organizado:

Esquema N° 1. Ruta de avance del conocimiento geométrico



Fuente: Moreno (2002).

Aunque el software empleado en Geometría es cada vez más en número, elegimos el programa Geómetra por las siguientes razones de situación real en nuestra escuela:

- ser sencillo y potente,
- utilizar las notaciones propias de la Geometría,
- poseer un entorno fácil de manejar,
- demandar al alumno poco tiempo conocerlo.
- trabajar con entorno gráfico
- disponer del software en el COBAEM (2005).

Como el Geómetra fue creado con características didácticas y es un proyecto amplio en quehacer de las investigaciones educativas, considero que es un buen programa para el presente estudio y amigable para el salón de clase o espacio para aprender la matemática del segundo semestre del COBAEM (2005).

1.6. El Colegio de Bachilleres.

El desarrollo de una sociedad depende básicamente de la educación, y por ende los cambios que van surgiendo a lo largo del tiempo van dando lugar a nuevas necesidades que demandan el arranque e implementación de más o diferentes dependencias educativas.

A lo largo de este primer capítulo se referirá a la fase diagnóstica que caracteriza al COBAEM (2005), objeto de estudio, y donde se vinculan las diferentes etapas evolutivas por las que la educación ha incursionado, lo que marca la importancia de tenerla siempre como punto de partida en cualquier acto de mejoramiento social; se conocerá igualmente ciertas tendencias que rigen actualmente en el ámbito educativo, que caracterizados, aplican diversas estrategias metodológicas que propician aprendizajes significativos. Se conforma entonces de esta manera las bases, punto de partida sobre la que versa este trabajo.

1.7. Antecedentes y entorno institucional.

En 1973 a partir de la recomendación hecha por la Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Enseñanza Superior (ANUIES), sobre la creación por el estado de un Organismo Descentralizado que pudiera denominarse Colegio de Bachilleres, institución distinta e independiente de las ya existentes, que coordinaría las actividades docentes de todos y cada uno de los planteles que la integraran, vigilando y evaluando que la educación que en ellos se imparta corresponda a programas, sistemas y métodos a nivel nacional; y que sus estudios sean equivalentes y tengan igual validez que los que imparten la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), el Instituto Politécnico Nacional (IPN) y las demás instituciones educativas que ofrecen este nivel de estudios, se funda el Colegio de Bachilleres por decreto publicado en el *Diario Oficial de la Federación* el 26 de septiembre de ese año. El Colegio se rige por la concepción del bachillerato plasmada en la Declaración de Villahermosa y la estructura académica acordada en la Asamblea de Tepic.

Esta institución se crea con la finalidad de ampliar las oportunidades de educación en el nivel medio superior y contribuir a la transformación de los métodos y contenidos de la enseñanza.

Inicia sus actividades en septiembre de 1973, en tres planteles de la Ciudad de Chihuahua y en febrero de 1974 en cinco planteles de la Ciudad de México. El modelo de Colegios de Bachilleres surge este año por Acuerdo Presidencial, y es posteriormente adoptado en otras entidades federativas. Los Colegios cuentan con órganos de gobierno centrales, así como una junta directiva y un patronato por entidad federativa.

Los Colegios se crean de acuerdo con sus respectivos ordenamientos jurídicos de creación como organismos descentralizados de los gobiernos estatales, con excepción del de Tlaxcala que es un órgano público desconcentrado del gobierno del Estado con facultades delegadas y patrimonio específicamente asignado.

A partir de 1996, con la creación del Colegio de Bachilleres del Estado de México, y con fundamento en las facultades que confiere a la Dirección General del Bachillerato (DGB) el artículo 22 del Reglamento Interior de la SEP, el Decreto y el Convenio de Coordinación para la Creación de los Colegios de Bachilleres estatales, se elabora conjuntamente con el fin de establecer las bases para la educación, operación y apoyo financiero.

En relación a los gastos anuales por concepto de operación, para todos ellos, es aportado un 50% de subsidio por la Federación y el otro 50% por el Estado.

La definición y características del bachillerato se derivan de las recomendaciones y conclusiones emanadas del Congreso Nacional del Bachillerato, en virtud de que en éste se establecen las bases que lo sustentan y le dan identidad a nivel nacional, las cuales se resumen a continuación:

El bachillerato forma parte de la educación media superior y, como tal, se ubica entre la educación secundaria y la educación superior. Es un nivel educativo con objetivos y personalidad propios que atiende a una población cuya edad fluctúa, generalmente, entre los quince y dieciocho años y su finalidad esencial es generar en el educando el desarrollo de una primera síntesis personal y social que le permita su acceso a la educación superior, a la vez que le dé una comprensión de su sociedad y de su tiempo y lo prepare para su posible incorporación al trabajo productivo.

Como etapa de educación formal el bachillerato se caracteriza por:

- a) La universalidad de sus contenidos de enseñanza y de aprendizaje.
- b) Iniciar la síntesis e integración de los conocimientos disciplinariamente acumulados.

c) Ser la última oportunidad en el sistema educativo para establecer contacto con los productos de la cultura en su más amplio sentido, dado que los estudios profesionales tenderán siempre a la especialización en ciertas áreas, formas o tipos de conocimiento, en menoscabo del resto del panorama científico cultural.

Por otra parte, es esencialmente formativo, integral y propedéutico.

De acuerdo con estas características, en el bachillerato la educación se concibe como un proceso a través del cual el sujeto accede a la cultura, incorporando así el saber universal acumulado históricamente, ello requiere la intencionalidad en el aprender a aprender y se concreta en los pilares que constituyen las bases de la educación para la vida:

Aprender a conocer , no se reduce a la asimilación de conocimientos o a saber manejar información y recurrir a sus fuentes; implica desarrollar los instrumentos de la comprensión, las capacidades fundamentales de nuestra inteligencia: analizar y sintetizar, razonar con lógica (ordenar, plantear y resolver problemas), deducir e inferir, relacionar, ponderar argumentos, intuir, prever consecuencias y comunicar con claridad.

Aprender a hacer, permite la adquisición no sólo de una calificación profesional, sino más que eso, de una competencia que capacite al estudiante para enfrentar innumerables situaciones y a trabajar en equipo, así como aprender a hacer en el marco de distintas experiencias sociales o de trabajo que se ofrecen a los adolescentes; además promueve la capacidad de asimilar métodos, de imaginar soluciones diferentes y de asumir riesgos calculados.

Aprender a convivir, posibilita la comprensión de los demás, la tolerancia de otros puntos de vista y el trabajo participativo y comprometido, es decir, prepara para tratar los conflictos, respetando los valores de pluralismo y comprensión mutua.

Aprender a ser, propicia que aflore la personalidad y se esté en condiciones de obrar con creciente capacidad de libertad, de razonamiento y de responsabilidad personal.

Además, por su importancia, debe considerarse el Aprender a innovar , es decir, desarrollar la capacidad creativa en el individuo para encontrar respuestas y soluciones eficaces a las demandas de la vida cotidiana, al poner en práctica sus habilidades de pensamiento, imaginación y actitudes de servicio.

1.8. Objetivos del bachillerato.

A partir de la finalidad y características mencionadas y de acuerdo con las bases de la educación para la vida que asume, las funciones del bachillerato son:

Formativa. Proporciona al alumno una formación integral que comprende aspectos primordiales de la cultura de su tiempo: conocimientos científicos, técnicos y humanísticos, que le permitan asimilar y participar en los cambios constantes de la sociedad; manejar las herramientas de carácter instrumental adecuadas para enfrentar los problemas fundamentales de su entorno y fortalecer los valores de libertad, solidaridad, democracia y justicia; todo ello encaminado al logro de su desarrollo armónico individual y social.

Propedéutica. Prepara al estudiante para la continuación en estudios superiores, a través de los conocimientos de las diferentes disciplinas; esto, además, le permitirá integrarse en forma eficiente a las circunstancias y características de su entorno, con base en el manejo de principios, leyes y conceptos básicos. Sin pretender una especialización anticipada, el bachillerato prepara a los alumnos que han orientado su interés vocacional hacia un campo específico de conocimientos.

Preparación para el trabajo. Ofrece al educando una formación que le permita iniciarse en diversos aspectos del ámbito laboral, fomentando una actitud positiva hacia el trabajo y, en su caso, su integración al sector productivo.

Los objetivos del bachillerato general expresan las intenciones formativas que, como ciclo de educación formal, espera alcanzar; se definen de la siguiente manera:

- Ofrecer una cultura general básica, que comprenda aspectos de la ciencia, de las humanidades y de la técnica, a partir de la cual se adquieran los elementos fundamentales para la construcción de nuevos conocimientos.
- Proporcionar los conocimientos, los métodos, las técnicas y los lenguajes necesarios para ingresar a estudios superiores y desempeñarse en éstos de manera eficiente.
- Desarrollar las habilidades y actitudes esenciales para la realización de una actividad productiva socialmente útil.

1.9. Unidades de enseñanza abierta.

Dentro del subsistema del Colegio de Bachilleres se ofrece la modalidad abierta, no escolarizada a la población con deseos y/o necesidad de iniciar, continuar o concluir este ciclo de formación.

Una de las características del sistema abierto es ubicarse dentro de la modalidad no escolarizada, por lo que es posible:

- Estudiar sin asistir a clases y sin un maestro.
- Avanzar de acuerdo al tiempo dedicado al estudio y a las características personales.

El modelo académico de la Preparatoria Abierta, se conforma en el periodo 1973-1976, durante el cual también es piloteado en cinco ciudades de tres entidades federativas.

En 1979, contando con reconocimiento de validez oficial, inicia formalmente su generalización hacia todo el país.

A partir de 1984 se logra la cobertura nacional. Desde entonces a la fecha el subsistema ha crecido en forma exponencial y de alrededor de 6,000 estudiantes que atendía en sus inicios actualmente presta servicio a más de 500,000 en toda la República, de los cuales el 40% se ubican en el Distrito Federal.

El Colegio de Bachilleres del Estado de Michoacán, base del estudio de este proyecto, es un organismo público descentralizado que ofrece estudios de bachillerato a egresados de educación secundaria en el Estado de Michoacán; es una institución de educación media superior considerada de alto nivel académico, que surge en el año de 1983, bajo la modalidad escolarizada, y en el año 1985, se crea el sistema de enseñanza abierta por iniciativa del Gobierno del Estado, con el fin de ofrecer mejores oportunidades de desarrollo a quienes por causas económicas, sociales y laborales se han visto marginados del sistema educativo tradicional; se formaliza a su vez en 1994 en el plan institucional la modalidad de tele bachillerato y, el subsistema actualmente da atención a una matrícula de alrededor de 31,000 estudiantes en las diferentes modalidades y absorbe el 24% de la demanda educativa en la entidad.

El Plan de estudios vigente que integra, se imparte ya bajo tres modalidades: Sistemas escolarizado, de enseñanza abierta y telebachillerato. Para el trabajo a desarrollar, será considerado uno de los siete centros educativos del Sistema de Enseñanza Abierta (SEA), específicamente la Unidad Pátzcuaro.

El COBAEM cuenta con 81 centros educativos -60 con modalidad escolarizada, 10 extensiones y 11 con modalidad abierta-, a los cuales corresponde 74.1%, 12.3%, y 13.5 % del total respectivamente.

En relación al SEA del COBAEM (2005), es esta la modalidad de bachillerato ideal para todas aquellas personas que desean desarrollarse profesionalmente y que por contar con tiempo limitado no les es posible asistir a un aula de clases convencional ofrece herramientas de apoyo necesarias mediante asesorías individuales y trato personalizado que logran desarrollar en el estudiante una disciplina autodidacta y concluir sus estudios en tiempos que él requiera.

En el COBAEM (2005), bajo todas sus modalidades, en su currículo básico, y en este caso particular que imparte el SEA, Unidad Pátzcuaro; son cuatro los campos de conocimiento: campo matemático, histórico social, lenguaje y comunicación y el de las ciencias naturales; siendo este último al que se hará referencia referirá a continuación.

Al hablar particularmente de la matemática se le considera como una ciencia que se conecta y tiene relación con el resto de las demás ciencias, especialmente con las ciencias naturales porque apoya sus estudios en el conocimiento de todo nuestro entorno.

Ahora bien este campo de la ciencia matemática, para abordarla formalmente en el currículo del bachillerato que es el contexto en que se desarrolla. es preciso considerar sus peculiares características: Es una ciencia que como ya se ha mencionado, requieren del razonamiento, lo cual implica que los interesados en su estudio o bien en su aprendizaje le haga encaminar sus pasos a ciertos métodos lógicos que le permitan lograrlo.

En particular, el SEA, Unidad Pátzcuaro, la enseñanza y aprendizaje de la ciencia matemática en general, cada una de ellas al abordarlas muy teóricamente y con materiales elaborados y/o seleccionados por el asesor correspondiente; durante su permanente utilización y aplicación, provoca cierto desánimo entre estudiantes, particularmente si se le da un énfasis muy teórico (por su carácter de abstracción, alto grado de generalización, el carácter de los métodos matemáticos, etc.) y muy poco práctico, dada la libertad y flexibilidad que prevalece y que es característico en el desarrollo académico de instituciones con modalidad abierta. Aparentemente estos aspectos señalados podrían considerarse de cierta manera favorable, no obstante este marco no es más que una realidad que limita la aplicación de nuevas opciones y diferentes estrategias en los espacios disponibles que favorezcan el aprendizaje significativo entre los estudiantes.

Además también existen otras limitantes, como son: insuficiencia de herramientas computacionales, de recursos bibliográficos; poca opción de materiales de estudio actualizados, alta y heterogénea carga asignatural de los docentes, alta movilidad y tránsito estudiantil; poca disponibilidad de tiempo de estudio entre estudiantes Y por supuesto el desconocimiento de los métodos y estrategias tecnológicas más

actualizados en el ámbito de su educación y falta de recursos económicos para materiales de estudio impresos; limitantes que por supuesto son factores desfavorables en las expectativas de la institución que involucra este trabajo a desarrollar y del estudiante.

Otro de los problemas que se puede plantear, es la existencia de cierta conformidad intelectual y profesional entre docentes que se presenta en la generalidad de las instituciones educativas, sin ser la excepción, la institución involucrada en este trabajo de investigación; tal es el motivo de mencionar que en el COBAEM (2005), son planeados semestralmente cursos de capacitación y actualización en los cuales se abren espacios en tiempo y forma para que todo el personal directivo, académico y administrativo participen en programas de capacitación sobre algún tema acorde a su perfil y área de trabajo; sin embargo por circunstancias propias de cada uno de los trabajadores sólo toman esos cursos entre el 50 Y 65% del personal.

Las estrategias de enseñanza-aprendizaje que aplica el personal docente al desarrollar su trabajo, se registran a continuación:

- Planeación semestral; con la finalidad de facilitar y mediar adecuadamente el aprendizaje de los estudiantes y a través de las asesorías.
- Bajo una estrategia modular de tres momentos descritos como módulos, se aplican como estrategias de enseñanza-aprendizaje; la entrevista para tener el referente de ideas y aprendizajes previos de cada estudiante, lecturas complementarias para comentar y análisis para comprensión de material didáctico, solución, comprensión y retroalimentación continua de cuestionarios-guía y/o ejercicios, implementación y análisis de actividades interdisciplinarias, implementación y/o investigación de actividades experimentales prácticas caseras, proyección, análisis y comprensión de video cintas, aprendizaje colaborativo con elaboración, manipulación y aplicación de materiales didácticos, círculos de estudio, realización de actividades prácticas, resúmenes, solución y aplicación de ejercicios propuestos y al final de cada módulo la auto evaluación correspondiente.
- Las estrategias se en marcan bajo un modelo constructivista, pues los estudiantes son quienes marcan los tiempos para cada una de sus actividades académicas además de que el proceso es centrado prácticamente en el estudiante.

- Los asesores solo son los guías en el proceso enseñanza-aprendizaje mediante el apoyo de materiales didácticos.
- La evaluación del aprendizaje en el SEA del COBAEM (2005), que se aplica durante el proceso enseñanza-aprendizaje, es una actividad presencial, personalizada, tradicional, sin la consideración de la existencia y uso de recursos y alta tecnología, que minimicen tiempos, recursos económicos y espacios físicos, así como manejo de materiales bibliográficos más actualizados; para que también favorezca la retroalimentación, misma que generalmente por cuestiones de tiempo, efecto consecuente de las diferentes limitantes ya antes señaladas, no se realiza.

Finalmente otro aspecto es que, dado el conjunto de acciones metodológicas aplicadas ya a lo largo de su práctica de los docentes, es también palpable el desempeño rutinario entre docentes, poco motivados; con capacitación parcializada y muchas veces desvinculada de las necesidades más apremiantes y, por supuesto todo esto son circunstancias que pueden interferir en la efectividad y eficiencia del proceso educativo, lo que propiciaría un estancamiento poco halagador quizá tendiente hacia una práctica conductista y/o tradicionalista.

Al respecto de todo lo antes descrito cabe decir que el tradicionalismo y el trabajo rutinario, toda ésta situación planteada, constituyen en gran medida el punto de partida para considerar la aplicación de nuevas estrategias metodológicas en el proceso educativo del Subsistema COBAEM, modalidad abierta; ya que las aplicadas actualmente no cubren del todo las expectativas de las que se hace mención en Instituciones educativas que ya trabajan y desarrollan sus programas con ésta modalidad.

1.10. Misión, visión y filosofía del colegio de bachilleres del Estado de Michoacán.

Según COBAEM (2005), es una institución de nivel medio superior, que requiere desarrollar y aplicar con éxito cada uno de sus programas académicos y con excelencia.

Es un objetivo ambicioso que ha implicado para todos edificar cambios culturales en todos sus niveles, y mismos que han dado comienzo con el inicio de este Subsistema educativo, proceso que no ha terminado sino más bien ha hecho resurgir cada vez más compromisos y responsabilidad para y con la sociedad. Para lograrlo se ha partido de un mismo código de identidad que incluye valores, principios y metas y que todos los que en él se encuentran luchan por lograrlo.

Se describen a continuación la misión, visión, filosofía, principios y valores que distinguen a este subsistema educativo.

MISIÓN:

A través de profesionales de la educación, impartir e impulsar una educación media superior integral que asegure la formación de personas comprometidas con su entorno, con amplio sentido de responsabilidad, críticas y propositivos para cursar exitosamente sus estudios superiores o incorporarse al sector productivo con el apoyo de profesionales de la educación.

VISIÓN:

Ser un modelo de institución líder en la educación media superior en el estado de Michoacán en donde estén certificados todos sus procesos con una educación centrada en la actualización permanente de sus programas de estudio con el apoyo de la tecnología e infraestructura, así como el trabajo responsable de docentes y administrativos, quienes deberán mantenerse en proceso permanente de formación y actualización, es decir ser líder en excelencia académica y administrativa en el estado de Michoacán, teniendo egresados triunfadores con alto nivel de competitividad, además de contar con personal integrado a la institución logrando resultados y reconocimientos, para así consolidar el subsistema.

FILOSOFÍA

Actuar siempre con honestidad y compromiso en un ambiente de cooperación y respeto, aportando lo mejor de cada uno de nosotros para alcanzar nuestra misión.

Destacan en consecuencia los valores y principios, que a continuación se describen:

1. Responsabilidad: Cumplir siempre con oportunidad todos nuestros compromisos
2. Honestidad: Actuar con la verdad, jamás mentir ni ocultar información que sea necesaria para la operación eficiente de la institución.
3. Compromiso: Trabajar por el logro de los objetivos institucionales. Jamás abandonarlos. Ser tenaces hasta lograrlos.
4. Sensibilidad Social: Actuar siempre considerando a todas las partes. Siempre con la filosofía de ganar-ganar en todas las direcciones y en todos los sentidos.
5. Vocación de servicio: Estar siempre dispuesto a apoyar y ayudar a quien lo necesite, puede ser un jefe, compañero o colaborador.

6. Disciplina: Aceptar, respetar y cumplir las reglas y disposiciones de la institución.

7. Lealtad: Buscar siempre el bien institucional. Jamás hablar ni actuar en perjuicio de nuestra institución o compañeros sea en su presencia o ausencia.

8. Respeto: Considerar sin excepción alguna la dignidad de todas las personas, sus derechos y libertades que le son inherentes. Siempre con un trato amable y tolerante.

Ante estas expectativas, el quehacer educativo integral es necesario, en la medida que se puedan obtener buenos resultados, por lo que se debe tener claridad en lo que se desea y por supuesto adquirir el compromiso para lograrlo.

Pero todo a cada paso es cambiante y evoluciona, lo que obliga a comprender que los procedimientos, actitudes y la razón deben orientarse hacia un mejoramiento global e integral del ser humano; que no dé entrada a la existencia de un estancamiento y mucho menos en el aspecto educativo; es importante entonces hacer mención de los cambios en que se ha visto involucrado los actores participantes de la educación, que establezcan su caracterización y fundamenten alcances e innovaciones en cada una de las etapas que fueron surgiendo.

1.1.1. Evolución y calidad educativa.

La Historia de la educación, la educación misma y su evolución, han sido y constituyen el complejo proceso del enseñar y aprender desde que el hombre nace y esto puede considerarse como una evolución educativa, una tarea que no deja de ser apasionante, enriquecedora y complicada debido a que se realiza precisamente con seres humanos diversos en su pensar y en su actuar.

En este sentido, Díaz (2000) sostiene que la educación es un continuo conducir, orientar, aprender, enseñar, moldear, para ser, conocer, crear y hacer durante toda la vida, lo que permitirá transformar la realidad para el bien de todos. ¿Quiénes conforman el proceso?, el estudiante, la familia, el docente, y el contexto; cada uno con sus diversas funciones.

Así mismo hablar de calidad en la educación en nuestros días nos obliga a reflexionar sobre ese aspecto, para comprender la amplia significancia que esta tiene, mismo que nos compromete a investigar, tanto el origen como su evolución de ambos conceptos, educación y calidad; los cuales de manera aislada tienen su propio significado, pero que al asociarse

alcanzan ya una concepción mucho más profunda, que denota una aspiración del hombre por tratar de alcanzar el máximo desarrollo de todas sus potencialidades como ser humano que es, y así poder acercarse cada vez más a la perfección.

Como lo señala Solana (2000), los avances científicos y tecnológicos de las últimas décadas del siglo XX, y los retos y aspiraciones al iniciarse el nuevo milenio o siglo XXI, han ocasionado la formación de una sociedad cada vez más compleja y con mayor conciencia de la realidad que vive y, por tanto más exigente en la satisfacción de sus necesidades para elevar su nivel de vida. Esto acompañado de cuestiones hegemónicas de tipo político y económico ha preocupado al mundo entero, forzándola a buscar alternativas de solución a esta problemática, fue desde entonces que se voltea la atención a la educación como el mejor camino para lograr objetivos promisorios y congruentes a las exigencias de la sociedad en que vivimos.

Según COBAEM (2005), se describe el desarrollo de educación, particularmente en México, está determinado por varios de los diferentes sectores de nuestra sociedad, económico, político, científico, pedagógico, entre otros y que demandan un proyecto de nación que responda a los intereses de todo el pueblo mexicano. Al respecto e inclinando la balanza al factor educativo, que es el que en este momento interesa abordar, se resalta que son varias la etapas subsecuentes en la historia de la humanidad que dan lugar a lo que conocemos en este momento como la era de la sociedad de la información. Así en este contexto sin dejar de lado el estrecho vínculo que mantiene la política, la economía y los importantes hechos históricos de la sociedad en general con relación a los diferentes cambios que han marcado la educación en nuestro país, es que se puede considerar las siguientes etapas de esta, como a continuación se mencionan: el México Independiente, el Liberalismo, la Educación Post revolucionaria, Educación Vasconcelista, la Educación Socialista, El Nacionalismo y la Sociedad de la Información. Siendo esta última la que se describe a continuación por aprovechar las tecnologías para actuar en la Educación de acuerdo al momento histórico que se vive.

Sociedad de la información: Es a partir de la década de los ochenta cuando países de industrialización reciente, entre los que se encuentra México, se inician de manera incipiente en actividades relacionadas con el procesamiento de información. El paso o transición hacia la sociedad del

conocimiento, necesariamente trae como consecuencia, momentos de rupturas, de acomodamientos y reacomodamientos en todos los estratos de la sociedad. Estos no pueden ser resueltos de manera improvisada ni al azar sino mediante una planificación que guíe la aplicación de las nuevas tecnologías de la información (NTI) hacia la formación educativa del ciudadano, constituyéndose en bienestar colectivo y que permita dar respuestas a los problemas tecnológicos, económicos y especialmente de índole educativo - cultural.

Es en esta era o sociedad del conocimiento informatizado, que se destaca particularmente varios objetivos en relación al uso de nuevas tecnologías para la educación, que son:

- Familiarizar a los estudiantes con el manejo de tecnologías y recursos de información en Internet en función del desarrollo técnico y profesional,
- Introducir a la Universidad en los medios informativos para que sea parte activa en la creación de la cultura y en los fenómenos de globalización e integración que caracterizan la postmodernidad,
- Fomentar el aprendizaje aprovechando las nuevas tecnologías de la información y
- Responder a las necesidades de los aprendices adultos en la era de la información a través del uso creativo de la tecnología.

No estaría completa estas importantes aportaciones, sin hacer mención de los diferentes organismos internacionales involucrados que participaron cada uno en momentos y situaciones precisas, durante la historia y evolución de la educación y calidad educativas estos son: Ochoa (2002), donde la OCDE (Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico), la UNESCO (Organización de la Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura), la ONU (Organización de las Naciones Unidas), y BM (Banco Mundial); cuyos integrantes dieron paso a organizar eventos y reuniones en torno a la educación buscando dar respuesta a las demandas de calidad educativa que prevalecían ya desde los años 70, destacando al respecto en un informe que: la educación constituye un instrumento indispensable para que la humanidad pueda progresar hacia los ideales de paz, libertad y justicia social, apoyándose en cuatro pilares que son: aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir juntos y con los demás y aprender a ser; señalando a su vez de la urgencia de una educación con calidad, punto central de discusiones, que se retornaba al examinar las razones que justificaran la elaboración contemporánea de una política educativa.

Según Ochoa (2002), señala que a principios de la década de los 70 (primera ola de la modernización), las competencias extranjeras industriales comenzaron a ser un peligro para las compañías norteamericanas al sobrepasar la calidad de ciertos productos de otras naciones, lo cual fue muy preocupante; y es aquí en este punto precisamente que se ve en la educación la mejor alternativa para la búsqueda de la calidad de los productos, para lo cual obviamente se requería de una educación de calidad congruente con esa expectativa empresarial. En efecto y para lograr tales objetivos, se instituyeron también varias organizaciones que se empeñaron en la mejora de la calidad como, La JUSE, ASQC, y la EOQC: (Union of Japanese Scientists and Engineers Union: Unión Japonesa de Científicos e Ingenieros); (La American Society fo Quality Control: Sociedad Americana del Control de Calidad); y (La European Organization for Quality Control: Organización Europea para el Control de la Calidad); y varios centros de estudio para investigar el mejoramiento de la calidad, como la IAQ (Internacional Academy for Quality: Academia Internacional para la Calidad), las Universidades de Miami, Wisconsin, Tennessee, entre otros.

Ha sido y es sin duda hoy en día, el concepto y la idea de la calidad el grito de batalla de todo discurso en las últimas tres décadas del siglo XX, en todos los campos del accionar humano y sin duda alguna en el ámbito educativo.

Así pues y de acuerdo a lo anteriormente descrito se puede resaltar que el problema de la calidad de la educación surge a partir de los 70 y principios de los 80, tomándolo ya desde entonces como una preocupación latente en los países de la OCDE (OCDE, 2008).

Poder entender la calidad y el significado de la educación es de suma importancia y lo es aún más el conocer la trascendencia y evolución que ambos conceptos han tenido de manera asociada. Hablar entonces de calidad de la educación nos remite a pensar que estos han surgido de manera espontánea y natural desde los inicios y aparición del hombre mismo, al buscar siempre éste su adecuación, disponer de lo bueno y lo mejor para su sobrevivencia. Luego entonces la calidad de la educación puede ser considerada como el logro de la mejor formación a que puede aspirar todo ser humano y ver cumplir cada una de sus expectativas deseadas.

Actualmente, la realidad sobre la que gira la calidad educativa lleva consigo el avance y su consideración en una sociedad en desarrollo, con

tendencias que van marcando la educación progresista también en desarrollo.

1.1.2. Tendencias actuales de la educación.

De acuerdo con Solana (2000), la educación en México ha sido hasta hoy un motor del país hacia el desarrollo social, cultural, económico y productivo. Históricamente la educación ha sido considerada por diversos actores sociales, profesores, especialistas, estudiantes, autoridades educativas y organizaciones, como la punta de lanza del desarrollo del país.

Al surgir el advenimiento de la sociedad de la información y con ella el surgimiento de las computadoras y potente equipo de procesamiento de información del mañana, se da entrada a la internacionalización de actividades en la mayoría de los sectores de la sociedad y un proceso de globalización acelerado; hechos que sin duda dan lugar a consecuencias que propician las ideas futuristas que muy posiblemente tengan lugar. Se lista a continuación algunas de las principales tendencias futuristas que repercuten directamente al ámbito educativo:

- La principal fuerza impulsora de los cambios en lo general, será la tecnología de la información.
- Nuevas formas de aprender a pensar y a aprender (Acceso a bancos de información).
- Revalorizar la importancia de habilidades de redacción y estructuración lógica de ideas y plasmarlas por escrito.
- Sobrevivir en una sociedad global con un modelo educativo multicultural e internacional.
- Participar de manera efectiva en las comunidades virtuales.

Como protagonistas de la educación, en el futuro se debe estar dispuesto a renovar contenidos de programas con cierta frecuencia; a reeducar de manera permanente a lo largo de la vida. Aunque no bastará con ser expertos en algo, será necesario ser en varias cosas a la vez; en el futuro se darán cambios naturales con ligeras y breves turbulencias, pero estaremos generalmente a la expectativa de esos cambios, con apenas breves lapsos de reposo.

Según Solana (2000), afirma que en el mundo y en México se transitará con una rapidez hacia una sociedad naciente, serán nuevas personas, así como su composición demográfica; cambiarán también las actividades

productivas e improductivas, sus valores y aspiraciones y los modos de interactuar unos con otros. El cambio turbulento será, al parecer una constante del siglo XXI. Por lo que se debe tener entonces en mente que la educación del futuro deberá preparar para vivir en un mundo probabilístico, donde la certeza tendrá difícil cabida.

Concluyendo este apartado, se puede decir que el futuro en si no puede asegurarse o pronosticarse con seguridad; lo cual se refiere más bien a pensar en conjeturas anticipatorias, de cómo podría ser la sociedad en la sociedad del conocimiento informático.

La realidad de esta sociedad en relación a sus saberes que lo promueve a escalar y llegar a donde le es necesario, da razones para conocer donde se genera ese conocimiento, esto es, a través de cualquier modelo educativo que vaya acorde con las circunstancias, modo de vida y motivada siempre bajo un objetivo por lograr.

1.1.3. La modalidad educativa del sistema abierto del SEA-Pátzcuaro.

Según COBAEM (2005), la educación de todos los hombres con quien ésta se tropieza, las nueve décimas partes son lo que son, buenos o malos, útiles o inútiles, esto por la educación que han recibido. Esta es la gran diferencia entre los hombres (Locke, 2000). La educación es un hecho humano: únicamente por la educación el hombre llega a ser hombre, no es, sino lo que la educación le hace (Kant, 2005). Educación es el flujo contenido de formación, (Cohn, 2003). Educación es el desarrollo planeado de un sujeto en la interacción de la sociedad, (Otto, 2005). Con estas ideas, que en opinión particular, resaltan la importancia del significado de educación es que se da comienzo a este tema en relación, que describe no una sino la existencia de más modelos a través de las cuales se imparte educación.

La modernidad, caracterizada por las aceleradas transformaciones en prácticamente todos los sectores de la sociedad, exige cada vez opciones alternas en el campo del saber, que permitan introducir la innovación y nuevas modalidades educativas que se desarrollen bajo un mismo objetivo e ir a la par con la época en que se vive.

Según Valencia y Velázquez (2001), señalan que la educación es significativamente operada, bajo diferentes modalidades o ejes en la mayoría de nuestras escuelas, iniciando con el que se caracteriza por el cruce de dos ejes: la educación presencial y la altamente escolarizada, en

el que se tiene que asistir a clases, seguir las tareas regularmente, presentar exámenes parciales cada determinado tiempo según el curso, y un periodo rígido de inicio y terminación de clases, en este sentido se tiene una escuela tanto escolarizada como presencial, involucrando los laboratorios, las bibliotecas, los seminarios, las discusiones y todo ocurre en el espacio de la escuela; lo único que sucede fuera de ahí es la actividad de estudio individual. Otra forma de desarrollar el proceso es el hecho de llevarlo a cabo mediante una metodología de estudio independiente, en el que se planea, operan y evalúan diferentes elementos pedagógicos a saber: materiales didácticos, apoyo docente y evaluación del aprendizaje, esto entonces remite lo que se conoce como modelo de educación abierta; y, finalmente otro eje sería en cambio el que conforme se introduzcan los medios tecnológicos y herramientas acordes, se familiarice a estudiantes con estas y además se preparen docentes que las manejen; se pueda operar un proceso diferente para disminuir el requisito de que el estudiante asista a la escuela, y que a través de las redes, ver cierto material educativo en video, hacer algunas prácticas de los ejercicios que se requieren o leer los textos y materiales, la educación puede considerarse entonces a distancia.

A continuación se describe de manera sintética a los estudiantes del SEA-Pátzcuaro, para tener una apreciación con el perfil de alumno que se opera, lo cual permitirá dirigir y seleccionar las estrategias más adecuadas en la propuesta a presentar más adelante con las herramientas computacionales, para actuar a la par con la situación que se vive.

Caracterización de los Estudiantes:

- Heterogeneidad en edad (de 15 a 50 años)
- Generalmente adulto
- Heterogéneos en conocimientos (egresados de distintos modelos educativos)
- Actividad complementaria y secundaria es estudiar
- Estudiar a tiempo parcial y en momentos libres
- Normalmente trabajan
- Económicamente independientes
- Estudian en el hogar o en cualquier lugar
- Población muy dispersa (Pátzcuaro, Quiroga, Janitzio, Ario de Rosales, Puruándiro, y Santa Clara)
- Situación libre
- Aprendizaje independiente
- Poca interacción social

- Cursan currículo de acuerdo a circunstancias

1.1.4. La estructura curricular.

Es importante su consideración, en virtud de que sin un plan de estudios no hay proceso educativo, resaltando además de que en este plan de estudios es en el que va inmerso el trabajo que desempeñan las academias tanto por campo de conocimiento como multidisciplinarias, a saber: este plan es el que rige a las diferentes modalidades del Subsistema, el escolarizado, tele bachillerato y el de enseñanza abierta: misma en la que se ofrecen de manera permanente las 48 asignaturas de los núcleos de formación básica, de formación propedéutica y de formación y capacitación para el trabajo. Se resalta únicamente el núcleo de formación básica (campo matemático), como parte de la Academia Multidisciplinaria, por ser esta directamente la involucrada en este proyecto.

De acuerdo a este plan de estudios en cualquiera de las unidades del Sistema de Enseñanza Abierta se ofrecen de manera continua el total de asignaturas para cubrir el currículo del bachillerato, y con las tres áreas de formación.

Actualmente en el SEA Unidad Pátzcuaro, en el núcleo de formación básica, es precisamente donde están considerados los cuatro campos de conocimiento del currículo básico, que son: histórico-social (4 docentes), lenguaje y comunicación (5 docentes), matemático (3 docentes) y el de ciencias naturales (4 docentes); cada una de las cuales son impartidas través de asesorías a los estudiantes y para lo cual a cada uno de los asesores le son asignadas de acuerdo a su perfil profesiográfico, lo que viene a repercutir en que algunos de los asesores se desempeñan en más de un campo de conocimiento.

Según COBAEM (2005), la educación que se imparte en el Subsistema, es un trabajo colegiado que impulsa diversas actividades académicas, teniendo el apoyo directo de academias de docentes; la que se organiza e implementa en este centro de trabajo SEA Unidad Pátzcuaro, es una Academia multidisciplinaria, a través de la cual se coordinan actividades que tienen el propósito particular de favorecer todo el proceso educativo bidireccional, que se desarrolla en la institución, que en esencia va dirigido hacia cada uno de los estudiantes. Esta Academia de docentes es la responsable de planear, organizar y llevar a cabo todo el trabajo académico, siguiendo las políticas, reglamentos y normas que establece

el COBAEM (2005), según las condiciones y características del centro de trabajo, así como acordar la evaluación del proceso enseñanza-aprendizaje también en este espacio, se analizan y discuten las problemáticas relacionadas con el proceso de enseñanza-aprendizaje, para así poder definir las estrategias encaminadas a la búsqueda de su resolución.

En el SEA Unidad Pátzcuaro ha evolucionado significativamente la organización de la institución, fundamentalmente con respecto a lo administrativo. Por cuestiones normativas se tiene: Coordinación, Departamento de control escolar y Departamento de recursos financieros, asesores para los cuatro campos de conocimiento. Son cuatro los Coordinadores que han administrado esta institución, misma que, desde 6 de marzo del 2001 en que abrió sus puertas, colaborando en esos entonces seis asesores que cubrían los cuatro campos de conocimiento del currículo básico del bachillerato y actualmente son doce asesores con dos trabajadores administrativos se comienza y actualmente son cuatro. Académicamente se ha avanzado ya que muchos de los docentes se han capacitado, demostrándolo en su práctica y lo cual ha sido proyectado incluso fuera de la institución de allí que se deba el alto flujo de estudiantes en la escuela.

En el SEA Unidad Pátzcuaro, la organización de espacios físicos, es como sigue:

Se comenta, que los asesores están organizados por campos de conocimiento, cada asesor dispone de un cubículo y algunos hasta 3 trabajan en un solo cubículo, ya que no se cuenta con edificio propio. Y dada la modalidad abierta en la que el trato con los estudiantes es personalizado no se requieren espacios grandes sino cubículos y hasta ahora en esta institución, se tiene un edificio con los cubículos insuficientes para cada asesor, aunque hay algunos más amplios que son compartidos por dos o tres asesores, pero las asesorías se han dado sin problema pero podría calificarse el inmueble como insuficiente, pero aprovechado por los asesores con eficiencia.

Esta situación descrita hasta el momento, en relación a como está organizada la institución, muestra más que nada el inicio de una descripción más detallada, y que más adelante será complementada dando a conocer lo correspondiente a la infraestructura, con lo cual se tendrá un panorama más completo acerca de los recursos materiales, físicos, humanos y tecnológicos con que se dispone en la institución.

a. El plan de estudios del COBAEM

A continuación se presenta el Nuevo Plan de Estudios o de la Reforma Educativa del COBAEM (2005), implementada ya bajo tres modalidades: sistema escolarizado, de enseñanza abierta y tele-bachillerato. Para el trabajo a desarrollar, será considerado uno de los siete centros educativos del sistema de enseñanza abierta (SEA), específicamente la Unidad Pátzcuaro, donde se implementó el nuevo plan curricular a partir de 2005, presentándose las asignaturas ligadas a matemáticas II que se aplica en el segundo semestre y cuyos contenidos son acordes con los de la asignatura antecedente: Matemática I. Así mismo el curso de Matemáticas II es fundamental y congruente con Matemáticas III y Matemáticas IV. Este programa al igual que los demás del área de matemáticas, están elaborados específicamente para el sistema escolarizado y requiere para su desarrollo que los temas sean abordados mediante exposición directa por parte del profesor de la asignatura, y exige mucha participación por parte del alumno. Por lo que en la Unidad Pátzcuaro del sistema de enseñanza abierta hacemos este estudio con un círculo de estudiantes y herramientas computacionales, quienes deberán contar con su respectivas actividades de geometría para ser resueltos conforme el programa, mismos que fueron elaborado tomando como base los objetivos planteados para este curso. De esta forma el estudio se relaciona con los contenidos de matemáticas II que corresponde a la unidad I: de ángulos y triángulos.

Los temas generales en este programa se ordenan de manera que exista congruencia y continuidad para su desarrollo, de esta forma, después de haber abordado los programas anteriores, se presentan nueve unidades que son: Ángulos y triángulos, Polígonos y circunferencia, Las funciones trigonométricas, Las Leyes de Senos y Cosenos

Asimismo, como una parte fundamental de las matemáticas, "La geometría y trigonometría" es importante en este nivel, ya que se está seguro que a través de su conocimiento, el alumno adquirirá habilidad para dar solución a algunos problemas que se le presenten, con lo cual, podrá contar con la información suficiente para apoyar otras asignaturas de semestres posteriores. El programa no ha sido modificado con base en las sugerencias aportadas por los profesores que impartieron la materia de ciclos escolares anteriores del COBAEM (2005), sino que es proporcionado por la DGB de la SEP (SEP, 2012).

Esquema N° 2.

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE MICHOACÁN NUEVO
PLAN DE ESTUDIOS DE LA REFORMA EDUCATIVA

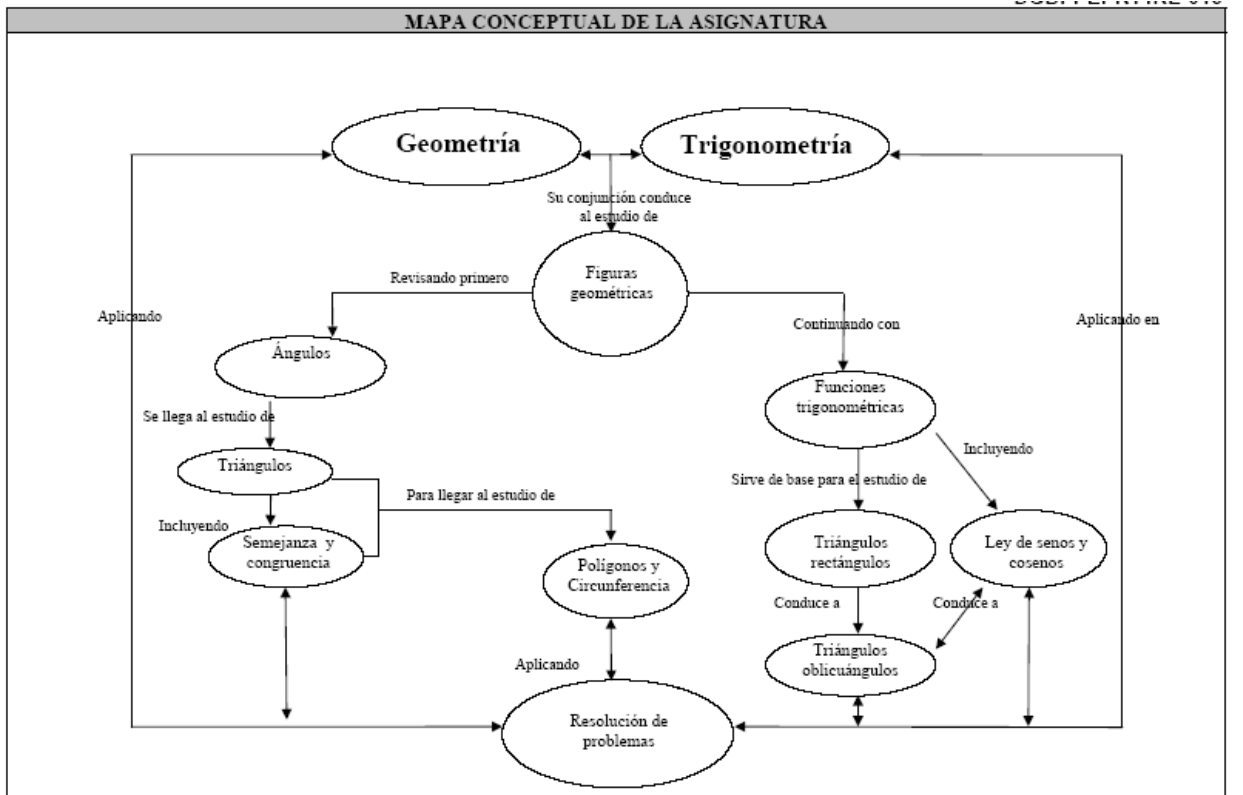
PRIMER SEMESTRE		SEGUNDO SEMESTRE		TERCER SEMESTRE		CUARTO SEMESTRE		QUINTO SEMESTRE		SEXTO SEMESTRE	
ASIGNATURA	H	ASIGNATURA	H	ASIGNATURA	H	ASIGNATURA	H	ASIGNATURA	H	ASIGNATURA	H
MATEMÁTICAS I	5 10	MATEMÁTICAS II	5 10	MATEMÁTICAS III	5 10	MATEMÁTICAS IV	5 10			FILOSOFÍA	4 8
QUÍMICA I	5 10	QUÍMICA II	5 10	GEOGRAFÍA	3 6	BIOLOGÍA I	4 8	BIOLOGÍA II	4 8	ECOLOGÍA Y MEDIO AMBIENTE	3 6
ÉTICA Y VALORES I	3 6	ÉTICA Y VALORES II	3 6	FÍSICA I	5 10	FÍSICA II	5 10	HISTORIA UNIVERSAL CONTEMP.	3 6	METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	3 6
INTRODUCCIÓN A LAS CIENCIAS SOCIALES	3 6	HISTORIA DE MÉXICO I	3 6	HISTORIA DE MÉXICO II	3 6	ESTRUCTURA SOCIOECONÓMICA DE MÉXICO	3 6	FORMACIÓN PROPEDEÚTICA	3 6	FORMACIÓN PROPEDEÚTICA	3 6
TALLER DE LECTURA Y REDACCIÓN I	4 8	TALLER DE LECTURA Y REDACCIÓN II	4 8	LITERATURA I	3 6	LITERATURA II	3 6	FORMACIÓN PROPEDEÚTICA	3 6	FORMACIÓN PROPEDEÚTICA	3 6
LENGUA ADICIONAL AL ESPAÑOL I	3 6	LENGUA ADICIONAL AL ESPAÑOL II	3 6	LENGUA ADICIONAL AL ESPAÑOL III	3 6	LENGUA ADICIONAL AL ESPAÑOL IV	3 6	FORMACIÓN PROPEDEÚTICA	3 6	FORMACIÓN PROPEDEÚTICA	3 6
INFORMÁTICA I	3 6	INFORMÁTICA II	3 6	FORMACIÓN PARA EL TRABAJO	7 14	FORMACIÓN PARA EL TRABAJO	7 14	FORMACIÓN PROPEDEÚTICA	3 6	FORMACIÓN PROPEDEÚTICA	3 6
ACTIVIDADES PARA ESCOLARES	4	ACTIVIDADES PARA ESCOLARES	4	ACTIVIDADES PARA ESCOLARES	3	ACTIVIDADES PARA ESCOLARES	2	FORMACIÓN PARA EL TRABAJO	7 14	FORMACIÓN PARA EL TRABAJO	7 14
	30 62		30 62		32 68		32 68		30 62		32 68
								ACTIVIDADES PARA ESCOLARES	4 8	ACTIVIDADES PARA ESCOLARES	3 6
									30 62		32 68

 COM PLAN BÁSICO
 COM PLAN PROPEDEÚTICO
 COM PLAN DE FORMACIÓN PARA EL TRABAJO
 ACTIVIDADES PARA ESCOLARES (OBRAS DE ACCIÓN EDUCATIVA, ACTIVIDADES ARTÍSTICO-CULTURALES Y DEPORTIVO-RECREATIVAS)

Fuente: COBAEM (2005).

Esquema N° 3.

b. Ubicación curricular y mapa conceptual de la asignatura de matemáticas II

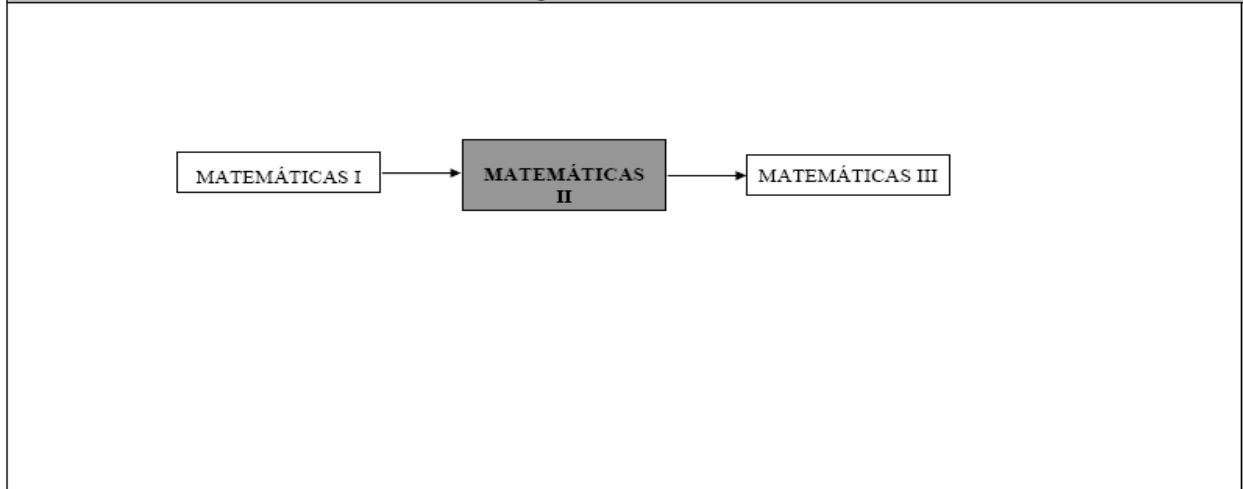


UGDPPEFK14RE-018

BACHILLERATO GENERAL

PROGRAMA DE LA ASIGNATURA			
MATEMÁTICAS II			
CLAVE		CAMPO DE CONOCIMIENTO	MATEMÁTICAS
SEMESTRE	II	CRÉDITOS	10
ASIGNACIÓN DE TIEMPO	80 HORAS	COMPONENTE DE FORMACIÓN	BÁSICA

UBICACIÓN ESQUEMÁTICA DE LA ASIGNATURA



Fuente: COBAEM (2005)

1.1.5. Infraestructura y tecnología del SEA-Pátzcuaro.

Según Ochoa (2002), señala que, referirse a una escuela o institución educativa es, hablar sin duda alguna del espacio que permite y da la posibilidad de lograr el aprendizaje a todo aquel que desee tenerlo, y cuando este convive, interactúa entre todo y cada uno de los participantes en ese contexto. Ahora el disponer de un sitio ideal para llevar a cabo este proceso, implica tener los recursos necesarios y considerar aspectos que al integrarlos, favorezcan el desarrollo de esas expectativas.

La infraestructura, conjunto de elementos que constituyen la parte física de un espacio y que considera cada uno de servicios esenciales para desarrollar una actividad determinada; es en este caso precisamente, todo aquello con que la institución SEA Unidad Pátzcuaro del COBAEM cuenta para llevar a cabo todas las diversas actividades que normativamente son establecidas además de todas aquellas que aparentemente no lo son pero que en realidad sí son esenciales para el buen cumplimiento de la misión de enseñar y aprender el currículo correspondiente al bachillerato. La infraestructura, equipo tecnológico y condiciones con que se cuenta actualmente en esta institución educativa es:

Oficina para Coordinador	1
Cubículos para asesores	6 (insuficientes porque existen 12 asesores e implica que son ocupados al mismo tiempo)
Espacio físico para Biblioteca	1 (ocupado por bibliotecario), que dispone de 965 ejemplares en 879 títulos
Espacio para Oficina	1 (ocupado por dos trabajadoras: Control escolar y Secretaria).
Equipo tecnológico activo	12 Computadoras (Pentium II - Pentium IV) ocupadas por los asesores y administrativo. No existe equipo ni espacio o sala de computo especial para los alumnos.
Equipo tecnológico inactivo:	Red EduSat

Las computadoras con que se cuenta, constituyen la punta de lanza de nuestra escuela; 8 de estas es equipo utilizado por los asesores directamente, apoyando eventualmente a estudiantes y, que al ser

utilizadas por cada uno de los asesores, ellos mismos han dado pasos agigantados al utilizarlas en la elaboración de materiales didácticos y en sus estrategias de enseñanza-aprendizaje con sus estudiantes; las 4 restantes las utiliza, una el Coordinador de la Unidad y el resto por el personal administrativo (control escolar, secretaria y bibliotecario) , quienes las utilizan para elaborar y organizar documentación afín a su trabajo.

El equipo no activo es la red EduSat y sus programas, esto debido a que no se cuenta con una persona que se haga responsable, que conozca este equipo y tenga el tiempo suficiente para su buen manejo y aprovechamiento, lo cual es una limitación en nuestra institución y que de utilizarlo sería potencialmente provechoso.

El uso que se le da a una computadora es comúnmente para la elaboración de materiales didácticos, mismos que son utilizados para la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes, estos materiales son: materiales de lectura, antologías, apuntes, bancos de reactivos, ejercicios, resúmenes, formatos para control de estudiantes; los mismos asesores ocasionalmente por necesidad del estudiante y avance de su asignatura, facilita por tiempos muy cortos la computadora, pues no existe un espacio o sala de cómputo especial para ellos.

En la institución también nuestros equipos están dispuestos en red y se dispone del servicio de Internet, que no está destinado para el uso de los estudiantes. La computadora es utilizada como una herramienta de apoyo para avanzar en la formación científica y pedagógica en nuestros trabajos y el de los estudiantes. Entre otras aplicaciones que tiene una computadora es como herramienta de trabajo y; comunicación a través de Internet; navegando en muy diversas páginas Web para búsqueda de información y nutrir cada una de las asignaturas, así como la de ampliar y actualizar nuestros conocimientos. Esto en todas las áreas de conocimiento, además de que el Internet nos permite tomar cursos de capacitación a distancia, porque ciertamente en nuestro subsistema, recientemente se está impulsando esta modalidad de educación a distancia, entonces también la usamos como un medio para superarnos.

De lo que se desprende que, no es adecuada y favorable la infraestructura del SEA. Pátzcuaro. Sin embargo se improvisó un espacio dentro de un cubículo para que funcionara como sala de cómputo con 5 equipos rezagados por la administración de la Unidad y así realizar nuestro estudio de investigación con herramientas computacionales

En la sociedad actual y siendo el contexto de este tema: la educación y su correspondiente infraestructura, esta puede ser cambiante y tendiente a ir evolucionando dados los cambios hacia una sociedad que cada vez está impulsando el uso de nuevas tecnologías, mismas que pueden llegar a

transformar e innovar la metodología educativa en una dimensión importante. Es en relación a esta situación que la computadora juega un papel fundamental, ya que se hace cada vez más necesaria para mejorar y hasta optimizar cada uno de los trabajos y actividades escolares que se realizan, esto siempre y cuando sea utilizada como una herramienta mediadora del proceso y no como un fin. Pero, la computadora ¿es la solución? Como ya se ha mencionado la computadora no es en si la solución a problemas educativos, pero sí los puede llegar a reducir, siempre y cuando se le dé la aplicación idónea de acuerdo a circunstancias, al contexto y el objetivo a lograr.

Por estas últimas opiniones, se enfatiza que la escuela es el lugar donde se lleva a cabo la práctica educativa, que debe contar con los espacios, recursos humanos y materiales idóneos y suficientes, considerando a su vez las características, circunstancias y modalidad de la institución que se trate. En el caso particular, la modalidad de enseñanza abierta exige espacios independientes para trabajar de manera personalizada con cada uno de los estudiantes.

Se puede entonces afirmar que la infraestructura de la institución no es buena pero es suficiente y bajo estas circunstancias de lo que se dispone puede ser utilizable pero a su vez se hace indispensable realizar gestiones propias para tener lo mínimo indispensable requerido para implementar los círculos de estudio.

En base a las necesidades reales de infraestructura y tecnología, ya plasmadas previamente, no se descarta la posibilidad de que existan otros factores que repercutan y tengan influencia con respecto a la aplicación más recomendable de una computadora y nuevas tecnologías. Ahora bien, con la finalidad de sentar las bases metodológicas que apoyen el proceso enseñanza-aprendizaje y delimitar la relación que estas tienen en el campo de la matemática es que se abordará en el apartado siguiente esta cuestión.

CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO.

2.1 Antecedentes.

El presente capítulo está compuesto de cinco secciones: la primera trata del enfoque de la teoría psicopedagógica, el constructivismo y aprendizaje significativo, la segunda sobre el modelo de Van Hiele, la tercera de una discusión sobre los modelos de análisis de la resolución de problemas de matemáticas, la cuarta se refiere a la tecnología en la matemática y en la quinta se discute sobre el papel que desempeñan las representaciones en el aprendizaje de la matemática. En cada una de ellas se pone de manifiesto la manera cómo van a ser entendidos y usados algunos términos en el presente estudio.

En la primera parte se concentra los principales enfoques que son el punto de partida de un terreno pedagógico en donde las posturas cognitivistas, al igual que la confluencia de preocupaciones epistemológicas y psicológicas, servirán de base para lo que se llama el constructivismo, enfoque apegado al proceso de enseñanza-aprendizaje de la ciencia matemática. Se reconoce la necesidad de elaborar fundamentos teóricos que alimenten, justifiquen, guíen, provean de significados y faciliten futuros desarrollos vinculados a la práctica.

En la segunda parte se analiza el modelo de Van Hiele, que tratan de explicar cómo se produce la evolución del razonamiento en una secuencia de cinco niveles. Los cuales se intentan identificar en este estudio de las propiedades de ángulos y triángulos con la finalidad de lograr un mejor conocimiento y un uso más eficaz de éste. En la vida diaria, la solución de problemas puede conducir a grandes ventajas.

En la tercera parte se presentan los elementos teóricos que servirán de base en la componente de solución de problemas. Solucionar problemas es una parte importante de las matemáticas, en especial en la enseñanza y el aprendizaje de éstas. El solucionar problemas no debe ser una parte aislada del plan de estudios, por la razón que es un proceso que se realiza a diario. Aquí se analizan algunos trabajos que documentan la manera como se plantean y se resuelven problemas de matemáticas. Se identificarán elementos claves en cada acercamiento teórico, se harán críticas a dichos acercamientos y finalmente, se identificarán dificultades para implementarlas en el aula.

En la cuarta parte se discute sobre algunos elementos teóricos sobre el uso de las herramientas tecnológicas en el aula de matemáticas. Allí reflexionaremos sobre las dimensiones claves de nuestra manera de entender el uso de la computadora y calculadora.

En la quinta parte se intenta darle soporte a la idea que el empleo de distintas representaciones desempeña un papel importante en el entendimiento de ideas matemáticas y en la resolución de problemas.

Un antecedente a la primera parte lo constituye el hecho de que en los años recientes han proliferado en el ámbito mundial las reformas curriculares y en todas ellas se evidencia un renovado interés por la Geometría, su enseñanza y el rol que le cabe en la enseñanza de las Matemáticas.

En los cursos del nivel medio superior, y en particular en el Colegio de bachilleres, la Geometría es generalmente enseñada con un enfoque axiomático y en forma excesivamente formal en cuanto a los requerimientos solicitados a los alumnos y los objetivos propuestos. Estos programas tienden a lograr que los estudiantes realicen demostraciones formales y que adquieran un pensamiento deductivo, dejando de lado actividades de diseño, exploración, modelización, conjeturación, definición, argumentación y demostración, acciones importantísimas para la inducción de descubrimientos.

Con este enfoque, los estudiantes tienen dificultades para aprender Geometría, y esas dificultades pueden deberse a que los alumnos no tiene la madurez matemática para realizar las tareas y demostraciones que ese tipo de trabajo requiere y así fracasan en un alto número.

Numerosas investigaciones han explorado temáticas similares a las que se abordaran en este estudio, entre las que destacamos las realizadas por Laborde (1995), aunque la mayoría de ellas abarcan uno de los dos aspectos siguientes: el empleo del Modelo de Van Hiele o bien el uso del Software de Geometría Dinámica en las clases de geometría. Cabe destacar, que el modelo de Van Hiele, se ha abierto a niveles educativos superiores y fuera del ámbito de la Geometría y el Software En especial El Geómetra o el Cabri se ha constituido en una poderosa herramienta para visualizar cuestiones vinculadas con otras ramas de la Matemática como el Cálculo o el Álgebra.

A continuación se concentra los principales enfoques que son el punto de partida de un terreno pedagógico en donde las posturas cognoscitivistas, al igual que la confluencia de preocupaciones epistemológicas y psicológicas, servirán de base para lo que se llama el constructivismo, enfoque apegado al proceso de enseñanza-aprendizaje de la ciencia matemática

Es pues reconocida la necesidad de elaborar fundamentos teóricos que alimenten, justifiquen, guíen, provean de significados y faciliten futuros desarrollos vinculados a la práctica. Todos estos aspectos son los que revelan nuevas formas de conocer y sugieren alternativas, tema con el que se dará inicio en este tercer capítulo.

2.2. Teorías psicopedagógicas.

Al partir de una verdad científica se puede lograr un desempeño profesional acertado, y los docentes al igual que cualquier otro especialista, deben contar con un sistema de ideas rigurosamente establecidas, para así tener convencimiento de la necesidad de conocer los diferentes teorías psicopedagógicas que fundamenten científicamente el proceso aprendizaje- enseñanza

Existen diversas teorías educativas: Conductismo, Cognoscitivismo, Socio-cultural, Socio-cognitivo y Constructivismo, señalándolas no como únicas, pero si como un grupo, que permite relacionar funciones importantes, como son la de comprender la práctica docente, dirigir sobre bases científicas la práctica docente, facilitar la construcción del modelo educativo / didáctico propio, evaluar auto-críticamente la práctica docente, y auto-perfeccionar la práctica profesional; y en común *algo* que también unifica y dirige estos enfoques son los componentes del proceso a través de los cuales se genera el conocimiento y que son:

Sujeto, objeto, relación sujeto-objeto y el medio social.

En la siguiente tabla se muestra las características y aspectos de la teoría psicopedagógica (supuestos fundamentales aplicados a la educación): el constructivismo, de Román y Diez (2002).

Tabla N° 1.

ASPECTOS	CONSTRUCTIVISMO (PROCESO DE CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO)
Teóricos	Piaget Vigotsky
Metáfora básica	La mente humana
Modelo de Profesor	Crea reciprocidad, participación, respeto y autoconfianza Promueve el aprendizaje autogenerado y auto constructivo Es un promotor del desarrollo integral y la autonomía del educando
Objetivos	Por capacidad y valores y buscan el desarrollo de funciones psicológicas

	superiores
Contenidos	Significados (para construcción del conocimiento), deben de estar contextualizados
Evaluación	Cualitativa y cuantitativa e incluye lo formativo
Metodología	Inducción, participativa, constructiva, integral y de autonomía
Enseñanza	Centrada en el estudiante
Aprendizaje	Cooperativo, subjetivo colaborativo e independiente
Inteligencia	Producto constructivo mejorable por el aprendizaje
Motivación	Extrínseca e intrínseca para su aprendizaje
Formación docente	Auto aprendizaje, aprendizaje colaborativo y mediación instrumental
Modelo de estudiante	Crítico, constructivo, activo y creador
Modelo	Aprendizaje-enseñanza
Base epistemológica	Constructivista-interrelacionista-relativista
Aportación a la Educación	Aprendizaje significativo

Fuente: Román y Diez (2002).

Ya mostradas esta teoría psicopedagógica, puede destacarse que ella constituye e incluye las bases teóricas necesarias, que permitan fundamentar la propuesta por desarrollarse en apartados siguientes; resultando al respecto después de un análisis de esta tabla, que la teoría que más se acercan a los objetivos de este trabajo viene siendo la teoría constructivista bajo un enfoque cognitivo.

Ahora en base a este análisis y revisión de las diferentes teorías psicopedagógicas, se pretende relacionar la teoría seleccionada con respecto al contexto que hasta el momento se tiene e ir vinculando el efecto que su caracterización tiene con respecto al objetivo general que se pretende lograr, parte del cual señala que se desea eficientizar la práctica educativa y contribuir en el mejoramiento de la calidad educativa ¿Cómo se puede lograr?, aplicando el enfoque que más favorezca al aprendizaje significativo.

2.3. Enfoques metodológicos de la enseñanza para un aprendizaje significativo de la matemática.

El Aprendizaje significativo para Ausubel (1976) citado por Díaz y Hernández (2002), postula que el aprendizaje implica una reestructuración activa de las percepciones, ideas, conceptos y esquemas

que el aprendiz posee en su estructura cognitiva y, si se clasifica esta postura como constructivista se podría afirmar que el aprendizaje no es una simple asimilación pasiva de información literal sino que el sujeto la transforma y la estructura; y, además sería interrelacionista debido a que los materiales de estudio y la información exterior se interrelacionan e interactúan con los esquemas de conocimiento previo y las características personales del aprendiz.

Hay aprendizaje significativo cuando la nueva información se relaciona de manera no arbitraria con lo que el estudiante sabe, es decir, el aprendiz encuentra sentido a lo que aprende; lográndolo a través de la transferencia y estructuración de contenidos y estos conseguidos a través de procedimientos y medios que permitan llegar a los objetivos planeados, es decir con la aplicación de estrategias tendientes no a un simple enseñar sino a aprender a aprender.

Dado el marco y objetivo del presente trabajo no se entrará en detalle de las diferentes dimensiones y situaciones del aprendizaje escolar en su totalidad, se lista a continuación solamente los principios educativos asociados con una concepción \ enfoque constructivista del aprendizaje y la enseñanza que es el enfoque metodológico considerado para un aprendizaje significativo de la matemática, así como las dimensiones referentes a lograr ese aprendizaje significativo.

Según Díaz y Hernández (2002), dicen que la concepción constructivista del aprendizaje se sustenta en la idea de que la finalidad de la educación que se imparte en las instituciones educativas es promover los procesos de crecimiento personal del estudiante en el marco de la cultura del grupo al que pertenece. Estos aprendizajes no se producirán de manera satisfactoria a no ser que se suministre una ayuda específica mediante la participación del estudiante en actividades intencional es, planificadas y sistemáticas, que logren propiciar en este una actividad mental constructivista.

En tanto Díaz y Hernández (2002), enlistan los principios educativos asociados con una concepción constructivista del aprendizaje y la enseñanza.

- El aprendizaje implica un proceso constructivo interno, autoestructurante y en este sentido, es subjetivo y personal.
- El aprendizaje se facilita gracias a la mediación o interacción con los otros, por lo tanto, es social y cooperativo.
- El aprendizaje es un proceso de (re)construcción de saberes culturales.

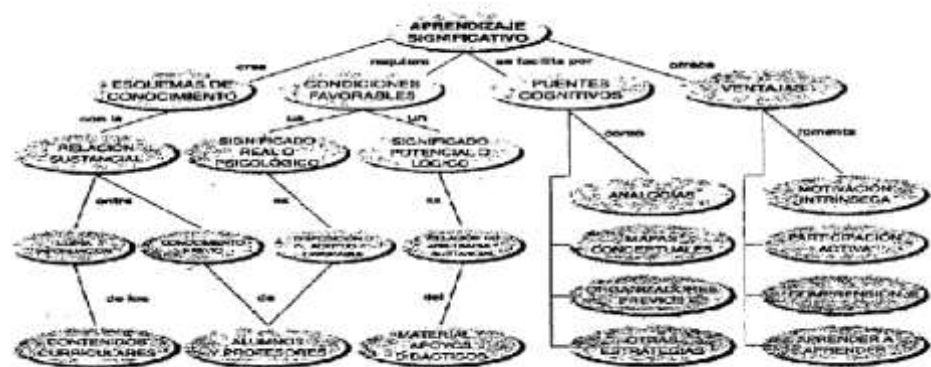
- El grado de aprendizaje depende del nivel de desarrollo cognitivo, emocional y social, y de la naturaleza de las estructuras de conocimiento.
- El punto de partida de todo aprendizaje son los conocimientos y experiencias previos que tiene el aprendiz.
- El aprendizaje implica un proceso de reorganización interna de esquemas.
- El aprendizaje se produce cuando entra en conflicto lo que el estudiante ya sabe con lo que debería saber.
- El aprendizaje tiene un importante componente afectivo, por lo que juegan un papel crucial los siguientes factores: El autoconocimiento, el establecimiento de motivos y metas personales, la disposición por aprender, las atribuciones sobre el éxito y el fracaso, las expectativas y representaciones mutuas.
- El aprendizaje requiere contextualización: Los aprendices deben trabajar con tareas auténticas y significativas culturalmente, y necesitan aprender a resolver problemas con sentido.
- El aprendizaje se facilita con apoyos que conduzcan a la construcción de puentes cognitivos entre lo nuevo y lo familiar, y con materiales de aprendizaje potencialmente significativos.

De acuerdo igualmente con Ausubel (1976), se debe diferenciar los tipos de aprendizaje que pueden ocurrir en el aprendiz, se diferencian a continuación dos posibles dimensiones:

- La que refiere al modo en que se adquiere el conocimiento, encontrándose en esta dimensión dos tipos de aprendizaje: Por recepción y por descubrimiento.
- La relativa a la forma en que el conocimiento es subsecuente mente incorporado en la estructura de conocimientos o estructura cognitiva del aprendiz, aquí se incluyen los tipos de aprendizaje: Por repetición y significativo.

Pero ¿Qué factores influyen y cuándo se logra aprendizaje significativo? Según Díaz y Hernández (2002), basados en Ausubel (1976), Novak y Gowin, (1988) y Ontoria (1993), afirman que, los factores que influyen en el aprendizaje significativo son los mostrados a través del esquema siguiente:

Esquema N° 5. Aprendizaje significativo.



Fuente: Díaz y Hernández (2002).

Y muy en relación a este esquema, de Ausubel (1976), el aprendizaje significativo se logra cuando:

- La información nueva se relaciona con la ya existente en la estructura cognitiva de forma sustantiva, no arbitraria ni al pie de la letra.
- El alumno debe tener una disposición o actitud favorable para extraer el significado
- El alumno posee los conocimientos previos o conceptos de anclaje pertinentes
- Se puede construir un entramado o red conceptual.
- Las condiciones son: Material, que dé significado lógico y al estudiante, significación psicológica.
- Puede promoverse mediante estrategias apropiadas, como organizadores anticipados y mapas conceptuales.

Según Díaz y Hernández (2002), sintetizaron que el aprendizaje significativo, es el aprendizaje que conduce a la creación de estructuras de conocimiento mediante la relación sustantiva entre la nueva información y las ideas previas de los estudiantes.

Cualquier decisión sobre el uso de la tecnología en la educación, marca un límite para hacer suposiciones sobre el proceso de aprendizaje. Sin embargo es probable que estas suposiciones, no se reflejen en una u otra de las principales teorías del aprendizaje. Esto quiere decir que para la elección y utilización de una tecnología deberá estar orientada por un panorama coherente y consciente de cómo aprenden las personas o lo que es lo mismo se debe orientar sobre alguna teoría como:

Conductismo, teorías cognoscitivas, psicología humanista, constructivismo u otra. Además un modelo que involucra el uso de tecnología implica la alta dependencia de teorías de diseño educativo, en el que se hace énfasis en la interactividad y en el contenido coherente y bien estructurado, y el contenido como los métodos se determinan y controlan mediante un proceso en equipo, así como el contenido y las habilidades se definen en términos de los objetivos de aprendizaje.

En realidad existen una serie de ideas y posturas, y varias de estas pueden caracterizarse genéricamente como constructivistas, desde las cuales se indaga e interviene en gran medida en el ámbito educativo o también en diversas disciplinas sociales.

Diversos autores, preocupados por discernir los diversos problemas de la formación del conocimiento en el ser humano, involucran aspectos en relación, como lo son el estudio del pensamiento (Marx, 2002), (Darwin, 2003), del funcionamiento y contenido de la mente de los individuos (Piaget, 2000) o desarrollo de dominios de origen social (Vigotsky, 2001) o construcción de conocimiento enteramente subjetivo (Maturana, 2005) y asimilación y aprendizaje significativo (Ausubel, 1976).

Aportaciones que de acuerdo a la opinión de Coll (1990), se afirma que, la postura constructivista en la educación se alimenta de las aportaciones de diversas corrientes psicológicas, como son: el enfoque psicogenético piagetano, la teoría de los esquemas cognitivos, la teoría ausubeliana de la asimilación y el aprendizaje significativo, la psicología sociocultural vigotskiana, entre otras. Pero, a pesar de que los autores de estas teorías se sitúan en encuadres teóricos distintos, comparten el principio de la importancia de la actividad constructiva del estudiante en la realización de los aprendizajes escolares, lo cual conecta directamente y representaría en este caso la opción seleccionada que favorece el aprendizaje del área de la matemática, que es el constructivismo. Estos postulados son representados en la tabla siguiente

Tabla 2. POSTULADOS CENTRALES DE LOS ENFOQUES CONSTRUCTIVISTAS.

ENFOQUE	CONCEPCIONES Y PRINCIPIOS CON IMPLICACIONES EDUCATIVAS	METÁFORA EDUCATIVA
Psicogenético	Énfasis en la auto estructuración Competencia cognitiva determinada por el nivel de	Alumno: Constructor de esquemas y estructuras operatorios.

	<p>desarrollo intelectual. Modelo de equilibración: Generación de conflictos cognitivos y reestructuración conceptual.</p> <p>Aprendizaje operatorio: Sólo aprenden los sujetos en transición mediante abstracción reflexiva. Cualquier aprendizaje depende del nivel cognitivo inicial del sujeto. Énfasis en el currículo de investigación por ciclos de enseñanza y en el aprendizaje por descubrimiento.</p>	<p>Profesor: Facilitador del aprendizaje y desarrollo.</p> <p>Enseñanza: Indirecta, por descubrimiento.</p> <p>Aprendizaje: Determinado por el desarrollo</p>
Cognitivo	<p>Teoría Ausubeliana del aprendizaje verbal significativo</p> <p>Modelos de procesamiento de información y aprendizaje estratégico. Representación del conocimiento: Esquemas cognitivos o teorías Implícitas y modelos mentales episódicos.</p> <p>Enfoque expertos-novatos. Teorías de la atribución y de la Enseñanza: motivación por aprender Énfasis en el desarrollo de habilidades del pensamiento, aprendizaje significativo y solución de problemas.</p>	<p>Alumno: Procesador activo de la la información</p> <p>Profesor: Organizador de la información tendiendo puentes cognitivos, promotor de habilidades del pensamiento y aprendizaje.</p> <p>Enseñanza: Inducción de conocimiento esquemático significativo y de estrategias o habilidades cognitivas: él como del aprendizaje.</p> <p>Aprendizaje: Determinado por conocimientos y experiencias previas</p>
Socio cultural	<p>Aprendizaje situado o en contexto dentro de comunidades de práctica.</p> <p>Aprendizaje de mediadores instrumentales de origen social. Creación de Zona de Desarrollo Profesor: Próximo (ZDP). Origen social de psicológicos superiores</p> <p>Andamiaje y ajuste de la ayuda pedagógica</p>	<p>Alumno: Efectúa apropiación o Aprendizaje de mediadores reconstrucción de saberes instrumentales de origen social. culturales.</p> <p>Profesor: Labor de mediación por ajuste de la ayuda pedagógica.</p> <p>Enseñanza</p>

	<p>Énfasis en el aprendizaje guiado y cooperativo; enseñanzas recíproca.</p> <p>Evaluación dinámica y en contexto</p>	<p>Transmisión de funciones psicológicas y saberes culturales mediante interacción en ZDP</p> <p>Aprendizaje: Interiorización y apropiación de representaciones y procesos.</p>
--	---	--

Fuente: Coll (1990).

Con la representación de estos diferentes enfoques, en tabla previa, se aprecia la posibilidad de considerar que las estrategias pueden ser empleadas, ya con un sentido más creativo en el ámbito educativo y en el marco de enseñar a pensar y el de aprender a aprender, acciones que se buscan asentar fundamentalmente. Las estrategias, entonces son a partir de estos enfoques constructivistas, todas las acciones y operaciones cognoscitivas que permiten la realización de tareas con eficiencia y calidad.

Otras aportaciones que enmarcan esta opción seleccionada acerca del constructivismo es como lo señala Sanhueza (2005), donde manifiesta que el constructivismo, es una línea psicopedagógica, considerada no como una corriente sino más bien como la confluencia de distintos pensadores que comparten ciertos puntos de vista, y discrepan en muchos otros; se refiere básicamente a un modelo que mantiene que una persona, tanto en los aspectos cognitivos, sociales y afectivos del comportamiento, no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción de estos dos factores. En consecuencia, según esta posición constructivista, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano, que realiza con los esquemas que la persona ya posee, o sea con lo que ya construyó en su relación con el medio que lo rodea, y esta construcción se realiza todos los días y en casi todos los contextos de la vida.

En definitiva, todo aprendizaje constructivo supone una construcción que se realiza a través de un proceso mental que conlleva a la adquisición de un conocimiento nuevo y, sobre todo la posibilidad de construirlo y

adquirir una nueva competencia que le permitirá generalizar, es decir, aplicar lo ya conocido a una situación nueva.

Esta fase teórica contextual plasmada hasta el momento, lleva a enfatizar, dada su importancia de una elección teórica, lo que significa estar consciente de que una teoría de aprendizaje es una cuestión muy práctica relacionada con la selección de tecnologías para la enseñanza, pero esto lleva a tratar de distinguir entre dos conceptos importantes:

Conocimiento y habilidades y decidir que tecnología utilizar, para lo que se establece, que el aprendizaje implica dos aspectos distintos: En primer lugar, la adquisición del conocimiento de hechos, principios, ideas, conceptos, sucesos, relaciones, reglas y leyes; y en segundo lugar el uso de ese conocimiento para desarrollar habilidades, o el trabajo sobre este para el mismo fin.

Y hablando de tecnología, se tiene que para la representación del conocimiento los medios se diferencian en cuanto al grado en que pueden representar diferentes tipos de conocimientos, puesto que varían en los sistemas de símbolos que emplean para codificar información (texto, sonido, figuras e imágenes con movimiento). Los diversos medios tienen la capacidad de combinar distintos sistemas de símbolos.

Desde un punto de vista histórico la televisión y el cine fueron los medios más ricos en el pasado, por la diversidad de simbología que aplicaban y; entre todas las tecnologías, continúan siendo las más capaces para representar experiencias casi reales en todas sus facetas, aunque solo es cuestión de tiempo para que la tecnología por computadora la supere en ese aspecto.

Los medios también tienen diferencias en la forma de estructurar el conocimiento. Los libros, el teléfono, la radio, los audiocassettes y la enseñanza en vivo suelen presentar el conocimiento de manera lineal o consecutiva. Es por ello que la cuestión temática varía mucho en la manera como la información necesita estructurarse. Las áreas temáticas de la matemática, estructuran el conocimiento en formas particulares y determinadas por la lógica interna de la materia, y algunos medios son mejores que otros para ciertos tipos de representación de particular importancia para la enseñanza.

Por tanto, los medios se diferencian en su capacidad de manejar conocimiento concreto o abstracto y las tecnologías también presentan

diferencias respecto al grado en que pueden ayudar a desarrollar habilidades, utilizando los diferentes niveles de aprendizaje como es el caso de la taxonomía de Benjamín Bloom, quien señala que puede ser que la comprensión sea el nivel mínimo del objetivo de estudio para cursos de educación. Otro de ellos es modelo de Van Hiel que utilizaremos en nuestro estudio de investigación, este trata de explicar cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes cuando éstos estudian geometría. Según el prototipo de Van Hiele, el razonamiento geométrico se desarrolla en una secuencia de cinco niveles que describen características del proceso de pensamiento que son el reconocimiento, análisis, clasificación, deducción y rigor.

Al relacionar lo referente a la educación abierta, se debe rescatar al respecto de este trabajo de investigación de que, entre las varias funciones que tiene un paradigma, sea considerado como son la de: Auto-perfeccionar la práctica profesional del docente, la de evaluarse auto-críticamente y dirigir sobre bases científicas su práctica docente, en este caso aplicado a la distintas modalidades como la abierta y a distancia, esto para que sea una constante en la práctica cotidiana.

2.4. Retos educativos del futuro para la enseñanza de la matemática.

Según Ríos y Álvarez (1986), establecen que la didáctica de la matemáticas, examina la característica de esta ciencia, así como los problemas y dificultades que presenta su enseñanza y aprendizaje, pero sugiere a su vez los métodos, procedimientos y técnicas didácticas más adecuadas y específicas para resolverlos, establece también las relaciones que se dan entre los medios, métodos, su naturaleza y su contenido; plantea al mismo tiempo que el arte de su enseñanza ha evolucionado notablemente , pero no lo suficiente, ya que el nuevo concepto de aprendizaje implica ahora un cambio radical en la interpretación y manejo de los diversos elementos que concurren en la acción educativa. Esos cambios necesarios con un nuevo enfoque se pueden comprender, observando cada uno de los elementos significativos del proceso educativo, con un enfoque tradicional y bajo un enfoque más activo, según se muestra en tabla siguiente:

Tabla N° 3

DIFERENCIAS ENTRE EDUCACIÓN TRADICIONAL Y EDUCACIÓN ACTIVA (Ríos y Álvarez 1986, pp. 28-29)

ELEMENTO	TRADICIONAL	ACTIVA
Objetivos	Informativos: Adquirir conocimientos	Formativos: Adquirir conocimientos, aprender a pensar reflexivamente, aprender a buscar información, aplicar los conocimientos a situaciones nuevas.
Método	Expositivo: Transmisión de conocimientos.	Eminentemente activo: Los estudiantes investigan, en el campo, en el laboratorio y fuentes bibliográficas; trabajando en equipo, discuten problemas y proponen soluciones.

Docente	Imparte su sesión o conferencia	Organiza la sesión en base a planteamientos y discusión de problemas.
Estudiante	Es un receptor de todo lo que dice el docente	Discute los problemas, propone soluciones, analiza y compara resultados, intercambia información con compañeros y llega a conclusiones.
Medios audiovisuales	Sirven para ilustrar la exposición del docente.	Sirven para estimular la reflexión del estudiante.
Investigaciones de campo o de laboratorio	Generalmente se realizan para comprobar lo que ya fue explicado.	Sirven para descubrir nuevos hechos, nueva información y puede llegarse a dominar el método científico.
Libro de texto	Se aprovecha su contenido informativo para memorizarlo.	Se le utiliza para resolver problemas, obtener datos necesarios, para identificar ideas más importantes.
Manual de laboratorio	Sirve para resolver recetas de cocina y contestar cuestionarios e iluminar esquemas.	Sirve para investigar problemas, diseñar experimentos, registrar resultados, diseñar nuevas alternativas, ejercitar los métodos de la ciencia y resolver problemas.
Libro para notas	Sirve para escribir todo lo que dice el docente o hacer resúmenes	Se utiliza para planear actividades experimentales, de investigación, conclusiones y notas breves.
Evaluación	Medir la cantidad de información que el estudiante es capaz de recordar.	Verificar los cambios de conducta del estudiante como resultado de los conocimientos adquiridos.

Fuente: Ríos y Álvarez (1986).

De acuerdo a este esquema textual, es fácilmente comprensible que ese cambio radical que generaría acciones educativas más activas depende en gran medida en afrontar los cambios metodológicos que ello implica. Se observa también en esta tabla la semejanza que existe entre la educación activa con respecto a la necesidad de aplicar un enfoque constructivista en consecuente propuesta de este trabajo. Para enfatizar esta idea, manifiesta Esteve (2003), que los sistemas educativos actuales afrontan retos planteados por la aceleración social, misma que ha generado un profundo cambio de mentalidades, de valores y costumbres en la nueva sociedad del conocimiento.

Esta sociedad del conocimiento vinculada a cualquier campo de la ciencia, le anteceden hechos que demandan cambios coherentes que respondan al momento actual en que se vive. Los retos que destacan, resultado de investigaciones para el campo de la matemática, son:

1. Constituir un medio de solucionar necesidades de educación más individual y flexible relacionada con situaciones tanto individuales como sociales. Combinación de trabajo y estudio, ritmo de aprendizaje y formación de grupos específicos.
2. Mejorar acceso a experiencias educativas avanzadas, permitiendo a estudiantes y docentes participar en comunidades de aprendizaje remoto en tiempos y lugares adecuados.
3. Mejorar la calidad y la efectividad de la interacción, para apoyar procesos de aprendizaje colaborativo entre docentes y estudiantes.
4. La calidad de la enseñanza depende de la calidad de sus docentes. Lo que significa que la acción educativa está en manos de cada uno de ellos que la atiende, por tanto la formación inicial, continua y actualizada de los docentes será el elemento esencial para mejorar la calidad de la enseñanza en los sistemas educativos, de esta manera los futuros docentes sabrán enfrentar en las aulas los nuevos problemas derivados de esos profundos cambios, lo que repercutirá de manera directa en un aprendizaje significativo de cada estudiante.
5. La profesionalización de la formación de los docentes. Dado que aún perdura modelos formativos con mínimas reformas en los sistemas educativos para los docentes, las tendencias actuales exigen una formación específica de carácter profesional y práctico para abandonar antiguas tendencias tradicionalistas y para que se produzca una identidad profesional más adecuada a la realidad en la que el futuro docente reciba una formación específica y práctica en todos aquellos aspectos no académicos y en los que se juega el éxito o el fracaso en la enseñanza
6. Muchos años de investigación pedagógica, no han demostrado que exista un perfil único y determinado de profesores y/o con cualidades

específicamente adecuadas, este, es un polémico cuestionamiento, ya que se puede afirmar que no existen tales cualidades y , que los buenos profesores no tienen un perfil de personalidad determinado que los hace buenos profesores, sino que por el contrario, son tan diversos entre sí respecto a sus cualidades personales como lo son los profesionales de cualquier otro sector.

Una vez ya considerado hasta este momento las bases y enmarcado un enfoque metodológico viable de aplicarse para lograr aprendizajes significativos en el campo de la matemática, se dirige enseguida este proyecto a describir el modelo de Van Hiel que como veremos existen varias investigaciones que lo relacionan con la geometría, rama de la matemática que estudiaremos con herramientas computacionales. Para después ir hacia el desarrollo de las diferentes actividades estratégicas que apoyen convenientemente este objetivo.

2.5. Modelo de Van-Hiele.

Según Van-Hiele (1990), observó en los estudiantes que el aprendizaje de la geometría progresaba y a partir de su experiencia docente, elaboraron un modelo del desarrollo del pensamiento geométrico. El modelo trata de explicar cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes cuando éstos estudian geometría. Según el prototipo Van-Hiele (1990), el razonamiento geométrico se desarrolla en una secuencia de cinco niveles que describen características del proceso de pensamiento.

Nivel 1: Reconocimiento.

- El estudiante en este nivel entra en contacto con el objeto, lo observa, ubica, determina características, relaciona, examina, valora y realiza conjeturas estableciendo si es una figura conocida o desconocida para él.
 - Los objetos generalmente son reconocidos por su forma como un todo, por su apariencia física, no por sus partes o propiedades.
 - No hacen referencia a las características matemáticas.
 - Al describir los objetos utilizan palabras comunes, por ejemplo un cubo es una caja.
 - Si a un estudiante se le muestra una figura geométrica como un cuadrado, rombo o rectángulo logran identificarlo, pero no mencionan sus características matemáticas, por ejemplo que el cuadrado es un modelo especial de rombo.
 - Involucran objetos físicos, por ejemplo mencionando que las rectas paralelas son como las vías del tren.

Nivel 2: Análisis.

- La descomposición de los objetos geométricos a través de la observación y la experimentación.
- Los estudiantes empiezan a identificar y distinguir las propiedades de las figuras, aunque éstas se utilizan de manera independiente sin establecer relación entre ellas.
- Las relaciones entre las propiedades, aún no pueden ser explicadas por los estudiantes en este nivel y lo realizan de manera informal.
- Describen y clasifican las figuras por algunas características.
- En algunas ocasiones mediante la experimentación se descubren y comprueban algunas propiedades.
- Por ejemplo, un alumno observa que un cuadrado tiene sus cuatro lados iguales, que las diagonales tienen la misma longitud y que tiene cuatro ángulos rectos pero no se da cuenta de la relación existente entre otros paralelogramos.

Nivel 3: Clasificación.

- El alumno empieza a desarrollar un pensamiento formal.
- Los estudiantes pueden establecer la clase o grupo al cual corresponde el objeto, de acuerdo a las propiedades.
- Descubren nuevas características.
- Pueden describir figuras de manera formal.
- Utilizan definiciones formales.
- En este nivel no es capaz de realizar razonamientos lógicos formales, ni comprender demostraciones puesto que para él no tienen importancia.
- Encuentran relaciones con la práctica y razonamiento.
- El alumno logra identificar que un cuadrado puede considerarse como un rombo, a lo cual también visualiza que el cuadrado es un caso particular del rectángulo.

Nivel 4: Deducción.

- Está caracterizado por la comprensión y el razonamiento formal.
- Los estudiantes encuentran sentido a las demostraciones para verificar las propiedades y encontrar otras vías para llegar al mismo resultado, lo más importante de este nivel es comprender la estructura axiomática de las matemáticas.
- El rigor de las demostraciones no es comprendido en su totalidad.
- Se entiende lo que es una definición, postulado, teorema, etc.
- Pueden construir demostraciones.
- Llegan a un resultado utilizando diferentes alternativas.

Nivel 5: Rigor.

- Gran exactitud y precisión en su razonamiento.
- En este nivel los estudiantes están en capacidad de entender otros sistemas axiomáticos diferentes a los de la geometría euclidiana.
- Pueden manejar y entender conceptos, propiedades y teoremas de las geometrías no euclidianas.

Cabe destacar, que el modelo de Van-Hiele (1990) lo han seguido Jaime y Gutiérrez (1994), los cuales han realizado investigaciones con la finalidad de lograr un mejor conocimiento y un uso más eficaz de esté. Además se ha abierto a niveles educativos superiores y fuera del ámbito de la Geometría y el Software.

Según Foster (1996) e Isoda (2001), presentan el programa Geómetra donde se ha constituido en una poderosa herramienta para visualizar cuestiones vinculadas con otras ramas de las matemáticas o el álgebra.

2.6. La resolución de problemas de matemáticas.

A finales de los años 50 del siglo XX, la enseñanza de las matemáticas sufrió la influencia del movimiento denominado *aprendizaje significativo*. Ello dio lugar a una serie importante de reformas a la matemática escolar. Se hará una breve descripción de tres movimientos vinculados al aprendizaje significativo: lo que se llamó *el movimiento de las matemáticas modernas, el retorno a lo básico y la resolución de problemas*.

Solucionar problemas es una parte importante de las matemáticas, en especial en la enseñanza y el aprendizaje de éstas. El solucionar problemas no debe ser una parte aislada del plan de estudios, por la razón que es un proceso que se realiza a diario. Un problema se define en matemáticas como *una proposición dirigida a averiguar el modo de obtener un resultado cuando ciertos datos son conocidos y aquel que puede tener número indefinido de soluciones y en otras, ninguna* (Jackson, 2005). Es importante mencionar que un problema es muy diferente a un ejercicio, la diferencia estriba en que el problema es una acción, y el ejercicio se repite muchas veces.

Según Polya (2000), Schoenfeld (1985) y Mason (1988), la resolución de problemas ha sido y es el foco principal del desarrollo de planes de estudio.

2.6.1. Movimiento mundial de las matemáticas modernas.

Según Eisemberg y Mac Lane (1945), presentaron otros conceptos y problemas con el objetivo de unificar los tratamientos en diferentes ramas de la Matemática y destacar los métodos más generales que le son comunes. El surgimiento de la Teoría de Categorías y su desarrollo, junto con los trabajos del *Grupo Bourbarki* que representa la corriente formalista en matemática que se fundamenta en la teoría de conjuntos trajeron como resultado la aparición de *la matemática moderna* que enfoca la matemática desde el punto de vista de las estructuras abstractas de orden, algebraicas, topológicas y de medida; así como sus relaciones y combinaciones.

Todo este desarrollo de la Matemática tuvo implicaciones importantes en la Educación Matemática; por ejemplo, en 1959 el congreso de Royamond; Francia, dio lugar a transformaciones en la Educación Matemática en los niveles de primaria, secundaria y medio superior. Según Kemeny (1963), se realizaron cambios curriculares en varias naciones, fundamentalmente en las direcciones siguientes:

- 1 Énfasis en el estudio de las estructuras algebraicas en diferentes áreas, especialmente de las algebraicas como fundamento del álgebra.
- 2 La consideración de la teoría de conjuntos en los planes de estudio, en algunos países desde primaria, con el objetivo de lograr un mayor rigor en contraposición con aspectos operativos y técnicos; lo cual dio prioridad a la fundamentación de la matemática por medio de la teoría de conjuntos el álgebra y la lógica.
- 3 La algebrización de la geometría; por ejemplo, se aconsejó estudiar los movimientos rígidos y las homotecias mediante leyes de composición y de su estructura. Esto trajo como consecuencia que tanto la geometría elemental como el desarrollo de una intuición espacial se vieran muy afectadas, debido a la sustitución de problemas interesantes, de los que está llena la geometría, por ejercicios con un carácter más formal.

Otro hecho importante que trajo como consecuencia un cambio determinante en la enseñanza de la Matemática en las décadas de los 60 y 70, fue la competencia por la conquista del espacio entre los Estados Unidos de Norteamérica y la Unión Soviética. Esta competencia tuvo consecuencias en múltiples direcciones, entre ellas la enseñanza de las ciencias. Se comprobó que la educación matemática se había descuidado, lo cual se ponía de manifiesto en los exámenes de ingreso, en la dificultad para resolver situaciones nuevas, en la imposibilidad de modelar situaciones reales, entre otros aspectos. Todo esto trajo como

consecuencia una gran preocupación por mejorar la enseñanza de la Matemática en lo relativo a contenido, metodología y rigor.

Durante esta época los currículos de matemática estaban bajo la responsabilidad de matemáticos de renombre, y su objetivo pedagógico era el de poner a disposición de los alumnos un número reducido de herramientas matemáticas potentes respetando el rigor matemático; basado en la hipótesis: si los alumnos tenían este número reducido de herramientas potentes y generales, entonces ellos podrían aplicarlas en muchas situaciones diferentes. Todo este movimiento generó la necesidad de dar una capacitación complementaria en matemáticas y en pedagogía a los profesores. Por ejemplo en Francia, se crearon los IREM (Institutos de Investigación en Enseñanza de la Matemática), que desde el punto de vista del aprendizaje tenían una influencia muy fuerte de los psicólogos de la escuela de Piaget (Douady, 1995). La Educación Matemática en Latinoamérica recibió gran influencia de las tendencias de esa época.

Una renovación de la currícula de matemáticas y ciencias en los Estados Unidos se precipitó el 4 de octubre de 1957 debido al lanzamiento exitoso al espacio del satélite Sputnik por la Unión Soviética. En respuesta al temor de la inminente supremacía tecnológica y militar soviética, los científicos y los matemáticos se involucraron excesivamente en la creación de nuevos materiales educativos, a menudo mencionados como el *alphabetcurrícula*, los currícula abecé, SMSG en matemática, BSCS en biología, PSCS en física (Schoenfeld, 1992).

2.6.2. Regreso a lo fundamental.

A finales de los años sesenta se comenzó a advertir que los cambios realizados con una tendencia hacia lo abstracto, estaban teniendo grandes fallas, pues los estudiantes no llegaban a dominar las nociones abstractas hacia los que se había orientado la educación matemática, y adicionalmente no dominaban las habilidades básicas que las generaciones de estudiantes precedentes dominaban.

En la década de los setenta se volvió entonces a enfatizar en el desarrollo de habilidades para resolver ejercicios y en los algoritmos de las operaciones básicas; pero esto sólo desarrolló una capacidad rutinaria en la cual estaban ausentes la creatividad y la iniciativa. Por ejemplo, muchos de los alumnos no tenían éxitos en la solución de problemas que no se ajustaban a los problemas típicos en los que se habían ejercitado. Se observó que los alumnos disponían de un conjunto de reglas rutinarias

pero que no se les había enseñado a razonar y pensar. Los alumnos no estaban capacitados para resolver problemas nuevos que requirieran cierto desarrollo de la intuición, la imaginación y la creatividad; y, consecuentemente, no eran capaces de transferir los aprendizajes adquiridos.

La *matemática moderna* floreció someramente en 1960, y entonces comenzó a percibirse como un fracaso. La percepción general fue que los estudiantes no sólo fracasaban al tratar de dominar ideas abstractas que se le pedía en la *matemática moderna*; sino, además, que no dominaban habilidades básicas que las generaciones de estudiantes precedentes habían desarrollado satisfactoriamente.

En una dramática oscilación pendular, la matemática moderna fue reemplazada por el regreso a los aspectos básicos. La idea propuesta, fue que las nociones teóricas que sustentaba la matemática moderna no habían funcionado, y que como nación deberían asegurar que sus estudiantes hubiesen manejado lo básico sobre lo que debían apoyarse las habilidades del pensamiento matemático (Schoenfeld, 1992).

Dominar lo básico no fue suficiente, sobre todo, si se entiende por esto el énfasis en la repetición y la memoria junto con la solución de extensas listas de ejercicios en los que se pide la aplicación mecánica de algoritmos. Los estudiantes no eran capaces de pensar matemáticamente y daban respuestas deshilvanadas a actividades con datos insuficientes y a problemas que no tenían sentido (Santos, 1997).

2.6.3. Movimiento de la resolución de problemas.

A finales de los años setenta en algunos países, fundamentalmente en los Estados Unidos de Norteamérica, se llegó a la conclusión que ni el enfoque de la enseñanza de la matemática dando prioridad a las estructuras abstractas, ni el retorno al dominio de herramientas básicas que le sucedió, habían satisfecho las expectativas que en ellas se habían puesto. Como consecuencia de estos dos fracasos, la enseñanza de la matemática se orientó, en muchos países, a la resolución de problemas.

En países como Estados Unidos y Canadá el movimiento de reestructurar el estudio de las matemáticas, explícitamente recomienda que la resolución de problemas matemáticos debe ser la actividad esencial en el estudio de esta disciplina (Santos, 1992). En el estudio de la matemática no solamente es necesario que los estudiantes aprendan contenidos matemáticos, reglas y fórmulas sino también que desarrollen habilidades y estrategias que le permitan aplicar y encontrarle sentido en su vida a las

ideas matemáticas. En esta dirección, han surgido grandes movimientos donde se han propuesto líneas generales sobre los fundamentos que deben aprender y las habilidades y estrategias que deben desarrollar los estudiantes de la enseñanza general (NCTM, 1980), (NCTM, 1991) y (NCTM, 1995).

En síntesis, el movimiento de la resolución de problemas surge a finales de la década de los 70 como rechazo a los movimientos denominados *la matemática moderna* y *el regreso a lo básico*. La mirada fue puesta de inmediato sobre los trabajos de Polya (1945).

2.6.3.1 El trabajo de Polya.

Según Polya (1945), documenta su experiencia como matemático y como profesor. En su trabajo hace una descripción de la manera como se resuelven los problemas matemáticos. Una primera característica que hay que señalar es que la estrategia utilizada para realizar tal descripción fue la introspección, es decir, una reflexión sobre su experiencia personal como matemático. Creía que su propuesta era aplicable a la solución de problemas de cualquier tipo.

En este sentido Polya (1945), reflexiona en cuatro aspectos:

- a En el salón de clases,
- b Cómo resolver un problema: un dialogo,
- c Breve diccionario de heurística
- d Una sección de problemas, sugerencias y soluciones.

Al comienzo del libro, se propone un listado de preguntas y sugerencias para resolver problemas y en las cuatro secciones señaladas arriba se explica el propósito de este listado, la manera como debe usarla el maestro y la manera como debe actuar el alumno resolviendo problemas. Se definen todos los términos que contiene la lista y se hacen ejemplos de solución de problemas.

En la primera sección, *en el salón de clases*, el autor deja ver el propósito de la lista: ayudar al alumno en forma efectiva y natural cuando esté resolviendo un problema. Polya (1945), insiste en que no se debe dejar solo al alumno mientras intenta resolver el problema. Tampoco se debe imponerle lo que se debe hacer. Con respecto al maestro su posición debe ser intermedia: hacer preguntas y sugerencias de modo que el

estudiante progresivamente vaya adquiriendo buenos hábitos y desarrollando autonomía.

Polya (1945), considera la resolución de problemas como un proceso en el que se aplican las etapas siguientes:

- i. Comprender el problema
- ii. Trazar un plan
- iii. Ejecutar el plan
- iv. Visión retrospectiva.

1. **Comprender el problema.** Cuando se lee un problema, éste debe de leerse con interés, lo que permite concebir una idea clara de su contexto y características que lo rodean, como: los datos, la incógnita, las condiciones, lo que de éste se entiende y si el problema presenta complejidad para su comprensión. ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? Son algunas de las preguntas que se proponen para cumplir con este paso y pasar al siguiente.
2. **Concebir un plan.** Formarse una idea de las estrategias que se van a operar para encontrar la incógnita. Este proceso de análisis se puede desarrollar muy rápido o pueda ser lento, el maestro puede servir de guía motivando, algunas preguntas y sugerencias pero no asignársele alguna actividad. Para abordar este paso, a manera de propuesta, se esbozan las siguientes preguntas: ¿Se conoce algún problema relacionado?, ¿Se puede hacer uso de él?, ¿Puede enunciarse el problema en forma diferente?; y para no perder de vista el problema. ¿Se emplearon todos los datos?, ¿Se hizo uso de toda la condición? Cuando se tiene un plan esbozado para resolver el problema, se aborda el tercer paso.
3. **Ejecución del plan.** Implementar las estrategias que se escogieron hasta encontrar la incógnita del problema, con el uso del tiempo razonable para su solución. Si el proceso no tiene éxito, el profesor puede hacer preguntas para guiar a los alumnos como las siguientes: ¿Pueden ustedes ver claramente que el paso es correcto?, ¿Pueden también demostrar que es correcto?. En esta etapa es en donde la mayoría de los alumnos tienen problemas, existe la incertidumbre de que la respuesta encontrada sea incorrecta, lo que genera más dificultades.

4. **Examinar la solución obtenida.** Verificar si todo lo que se realizó es correcto. No es fácil, es una etapa crítica. Es conveniente verificar y confirmar cada uno de los pasos realizados, para detectar los errores y estimar si el razonamiento fue el correcto, y por lo tanto, también, el resultado. Para motivar al alumno se le puede apoyar con preguntas guías: ¿Puede utilizar el resultado o el método para resolver algún otro problema?

Las críticas más fuertes que se le hacen al trabajo de Polya (1945), están referidas al *resolutor* ideal, que avanza linealmente y sin tropiezos desde la fase de entendimiento hasta la de revisión, sabe en todo momento qué hacer y la justificación de lo que hace.

Además la propuesta de Polya (1945), no menciona el nivel educativo en el que se puede llevar a cabo su propuesta de los cuatro pasos.

2.6.3.2. El trabajo de Mason.

Mason (1987), en su trabajo sobre resolución de problemas, identifican un proceso en el que se distinguen tres fases importantes: el *abordaje*, el *ataque* y la *revisión*.

1. **Abordaje.** Reconocer el problema requiere de un tiempo considerable, pues es necesario leer muy bien el problema, determinar lo que es más relevante, clasificar adecuadamente la información, realizar los dibujos o diagramas que permitan visualizar mejor la información; aspectos que ayudan a determinar lo que es necesario para su solución. Sin embargo, es necesario cuestionar lo siguiente: ¿Cuáles son mis conocimientos?, ¿Qué es lo que se quiere? ¿Y qué se puede usar? Preguntas que sirven para enfocar la atención, en aquellos recursos que se puede usar para plantarse ante el problema.

2. **Ataque.** Mason (1987) menciona que existen dos palabras claves: ¡Atascado! y ¡Aja!. Es una fase en la que el alumno puede regresar al abordaje o pasar a la revisión. Una de las actividades principales en este proceso es realizar conjeturas, verificar ideas, analizar, generalizar y particularizar.

3. **Revisión.** Volver a ver, revisar y examinar lo que se realizó, son algunas de las actividades de esta fase para:

Comprobar la solución.

Reflexionar en las ideas y momentos claves.

Generalizar a un contexto más amplio (Masson, 1987).

En este trabajo encontramos documentación relevante sobre procesos fundamentales del *pensamiento matemático* como particularizar y conjeturar. En él se construye la idea de *monitor interior*, elemento importante para auto-regular el proceso mismo de solución.

Cuando un *resolutor* no sabe cómo iniciar su proceso de resolución, Mason et al (1987), sugiere en realizar entre otras, las siguientes actividades:

- Hacer un diagrama.
- Seleccionar palabras desconocidas contenidas en la redacción del problema y buscarles su significado en el contexto del problema.
- Se pueden buscar casos particulares que ayuden a encontrar las respuestas a las preguntas: ¿Qué sé? ¿Qué quiero? y ¿Qué puedo usar?

2.6.3.3. El trabajo de Schoenfeld.

Schoenfeld (1985), realizó varios estudios con estudiantes y matemáticos profesionales, en todos ellos encontró evidencias para afirmar que existen cuatro dimensiones que influyen en el proceso de resolver problemas: **estrategias cognitivas, dominio del conocimiento, estrategias metacognitivas y sistema de creencias.**

1. **Dominio de conocimiento:** son conocimientos que ayudan a resolver el problema: Intuiciones, conocimiento informal o formal, procesos algorítmicos y rutinas de procesos no algorítmicos.
2. **Estrategias cognitivas:** utilización de métodos heurísticos. Estrategias y técnicas para progresar en situaciones no familiares o desconocidas. (Dibujar figuras, introducir notaciones, analizar y verificar procesos...)
3. **Estrategias metacognitivas:** decisiones globales respecto de la selección e implementación de recursos y estrategias. (Planificación, toma de decisiones, gestión, cálculo...)
4. **Sistema de creencias:** punto de vista del mundo de las matemáticas desde la perspectiva del alumno. Las creencias establecen el contexto en el cual operan los recursos matemáticos, los metacognitivos y los heurísticos.

Schoenfeld (1985) realiza una diferencia entre problemas y ejercicios, menciona: aclarando las cosas, si se tiene acceso a un esquema de solución para una tarea matemática, puesto que la tarea es un ejercicio y no un problema.

Algunos referentes en los escritos de Schoenfeld (1985) son los trabajos de Polya (1945), aunque reconoce la importancia en las estrategias descritas por este autor, señala que los estudiantes que reciben entrenamiento para las competencias de matemáticas en Estados Unidos no usan tales estrategias. Describe que los estudiantes que tienen éxito en el uso de estas estrategias, regularmente experimentan dificultades cuando el problema está presentado con algunas variantes.

Se puede hacer las siguientes anotaciones importantes entre el trabajo de Schoenfeld (1985), Mason et al (1987) y Polya (1945):

- En Polya (1945) y Mason (1987), son teóricos, es decir, estos autores construyen modelos de la resolución de problemas con base en su experiencia como matemáticos y como profesores. Como se estudió anteriormente, el trabajo de Schoenfeld además de hacer consideraciones teóricas, utiliza la observación sistemática: examina las acciones que ejecutan las personas cuando resuelven problemas.
- Otro elemento metodológico destacado en el trabajo de Schoenfeld es que documenta las diferencias importantes entre el trabajo de los expertos y los estudiantes de matemáticas.

Según Santos (2000), exploran la línea de la resolución de problemas y el uso de tecnología como herramienta de apoyo. Hace referencia a los diferentes tipos de representaciones para la resolución de problemas; el uso de la tecnología como un apoyo, como herramienta pedagógica, la cual es un material invaluable en la adquisición del conocimiento. Cuestión que analizaremos en los siguientes apartados.

2.7. Las herramientas tecnológicas y la matemática.

El uso de las tecnologías computacionales e informáticas, se ha ido convirtiendo en uno de los factores prioritarios para la toma de decisiones, sobre planes de estudio y estrategias didácticas, Laborde (1995); Balacheff y Kaput (1996); Santos (2000); NCTM (2000); Moreno (2002), coinciden en señalar que las herramientas tecnológicas ofrecen

potencial para comprometer a los estudiantes en la discusión de ideas matemáticas significativas.

Una componente importante en el estudio que se reporta en este trabajo, consiste en la generación de documentación sobre el proceso de resolución de problemas con la ayuda de la computadora y calculadoras con manipulación simbólica y geométrica. Es posible manejar varios sistemas de representación: el algebraico, el numérico y el gráfico.

En el estudio se ha incorporado el uso de las herramientas tecnológicas para promover el desarrollo de procesos matemáticos como conjeturar, representar y formular contraejemplos. Heid (1997) describen cuatro principios sobre el uso de la tecnología. Uno de ellos establece que es valioso darle la oportunidad a los estudiantes de tener experiencias similares a las que tienen los matemáticos profesionales y señala que los micromundos computacionales (como las manejadas en el software El Geómetra) son *avenidas para la actividad matemática real*, pues estimulan el desarrollo de una postura investigativa para la indagación matemática.

Los ambientes computacionales han tenido gran influencia en los distintos dominios de las matemáticas escolares: aritmética, álgebra, geometría, álgebra lineal, estadística (Balacheff y Kaput 1996). Para estos autores, la geometría en ambientes computacionales ofrece interesantes y recientes desarrollos basados en nuevos accesos de manipulación geométrica del dibujo, los cuales permiten la visualización conceptual, como el estudio de los atributos relevantes cuando las componentes del dibujo son desplazadas alrededor de la pantalla. Este acercamiento permite hacer una descripción de los fenómenos geométricos, accesibles por la observación, en un nuevo campo de experimentación.

Santos (2000), discute sobre diversos acercamientos cuando se usa la tecnología como herramienta para que los estudiantes aprendan matemáticas. Documenta el uso del software de la geometría y de la calculadora como los medios para: la búsqueda de construcciones y significados matemáticos, trabajar sobre problemas no rutinarios, formular y explorar conjeturas y determinar modelos generales de funciones recurrentes.

2.8. Las representaciones en el aprendizaje de las matemáticas.

Existe un interés creciente en trabajos relacionados con el papel que desempeñan las representaciones en el aprendizaje de las matemáticas según Kaput (1987); Hitt (1996); Duval (1999); Santos (2000) y NCTM

(2000), coinciden en reconocer que el uso de representaciones desempeña un papel crucial en el aprendizaje.

En particular Duval (1998a), señala que la geometría involucra tres procesos cognitivos que se describen y se esquematizan de la forma siguiente:

-proceso de **visualización**: que considera a la representación espacial para la ilustración de una declaración, para una exploración heurística de una situación compleja, para un vistazo sinóptico sobre él, o para una verificación subjetiva;

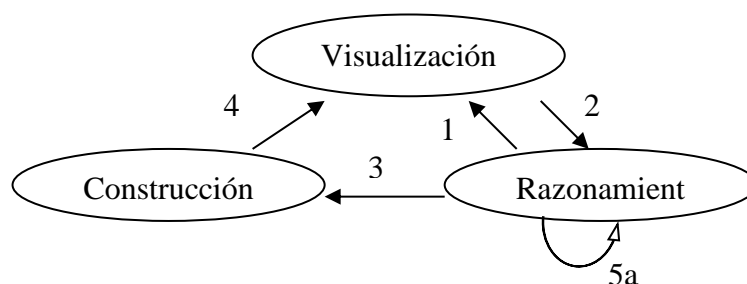
-proceso de **construcción** con herramientas: la construcción de configuraciones puede trabajar como un modelo en el que las acciones sobre los resultados observados y representativos son relacionados a los objetos matemáticos que son representados;

- **razonamiento** en relación a procesos discursivos para extender el conocimiento, para probar, para explicar.

Estos tres procesos se ejecutan separadamente pero están cercanamente conectados y su participación activa para realizar una función es cognitivamente necesaria para la habilidad en geometría Duval (1998).

En el esquema siguiente se presentan las interacciones involucradas en la actividad geométrica, cada flecha representa un tipo de proceso cognitivo que puede apoyar a otro en cualquier tarea. La flecha 2 indica que el proceso de visualización no siempre ayuda al razonamiento. La flecha 5(a) enfatiza que el razonamiento se puede desarrollar de manera independiente

Esquema N° 6. Las interacciones cognitivas subyacentes involucradas en la actividad geométrica Duval (1998).



Fuente: Duval (1998).

Además se quiere destacar el punto de vista presentado según NCTM (2000) donde representa los siguientes objetivos:

Los programas de instrucción matemática, deberían enfatizar las representaciones matemáticas para fomentar la comprensión de forma que todos los estudiantes:

- *Crean y usen representaciones para organizar, memorizar y comunicar ideas matemáticas.*
- *Desarrollen un repertorio de representaciones matemáticas que pueden usarse en forma útil, flexible y apropiada.*
- *Usen representaciones para construir modelos e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos.*

En este sentido, cobra importancia curricular tanto las representaciones como el empleo de la tecnología. Santos (2000) muestra que el uso de la tecnología computacional ayuda a los estudiantes a visualizar el problema o el fenómeno en varias representaciones que incluyen el uso de tablas, de gráficos y de representaciones algebraicas. Estas representaciones llegan a ser importantes para que los estudiantes identifiquen y exploren cualidades matemáticas diversas asociadas al proceso de la solución.

El empleo de distintas representaciones desempeña un papel importante en el entendimiento de ideas matemáticas y en la resolución de problemas. En esta dirección, es necesario que los estudiantes construyan sistemas de representación que les permitan analizar y entender conceptos matemáticos desde varios ángulos o perspectivas.

En particular, el uso de distintas herramientas tecnológicas (Excel, Derive, calculadoras, Geómetra y Cabri) ayudan a que los estudiantes visualicen e identifiquen propiedades y relaciones que son parte de la estructura profunda de los conceptos o problemas.

Bajo esta perspectiva, Santos y Benítez (2000), presentan los resultados de un estudio con estudiantes de tercero de preparatoria, los cuales exhiben sus formas de pensar y resolver problemas a partir del empleo de modelos que involucran distintos sistemas de representación. En este estudio, un problema de rutina se emplea como plataforma para que los estudiantes expresen, construyan y refinen sus ideas acerca de conceptos que involucran cambio o variación. El uso de la tecnología desempeña un papel importante en la presentación, identificación y

exploración de conjeturas y relaciones que construyen los estudiantes participantes en el estudio.

Un aspecto fundamental en el desarrollo de las experiencias de aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes es que el empleo de distintas representaciones favorece la integración y conexión de contenidos de la disciplina. Así, las múltiples formas de representar la información de una situación pueden resultar un vehículo para utilizar ideas que incluyen aspectos numéricos, algebraicos, geométricos o de cálculo.

CAPÍTULO III. MARCO METODOLÓGICO.

3.1. Diseño de investigación.

La búsqueda de soluciones a problemáticas planteadas en la sociedad es una constante que caracteriza el quehacer investigativo, en tal sentido las definiciones de este proceso apuntan hacia mejorar y dinamizar los procesos vinculados a la toma de decisiones, la percepción de la realidad, entre otros, al respecto Sarramona (2008), plantea que la investigación es el procedimiento por el cual se llega a obtener conocimiento científico, pero no existe un método absolutamente seguro para eliminar el error en la elaboración y validación de las teorías científicas, sino que tal procedimiento es relativo según cada momento histórico e incluso según la naturaleza del conocimiento que se trata de lograr.

Con esto se ratifica el carácter diverso de la investigación dado a la gran multiplicidad de problemas sociales y educativos susceptibles que implican tal necesidad, por consiguiente se hace necesaria una mayor diversidad y plasticidad, que en el caso de la implementación de la tecnología en la educación pretende establecer relaciones causales entre una o más variables independientes y una o más variables dependientes, como por ejemplo características de los medios -tipos, atributos, sistemas simbólicos-, características de los estudiantes -conocimientos previos, intereses-, métodos de aprendizaje, organización, entre otros.

De tal manera en el presente capítulo se manifestaron los pasos y procedimientos que se siguieron para dar respuestas a las interrogantes formuladas, además se da a conocer el tipo de investigación, el nivel de la investigación, el diseño de la investigación, la población y muestra de estudio que se utilizó, validez y confiabilidad Técnica y Análisis de los datos.

3.1.1. Fundamento Epistemológico.

La palabra epistemología, nace de la palabra “episteme”, cuyo significado es: “conocimiento, “logos”, “teoría”, y es considerada como la rama de la filosofía que se encarga de los problemas filosóficos que envuelven a llamada teoría del conocimiento de acuerdo a Hurtado (1999). De tal manera la misma se encarga de dilucidar la definición del saber y de los conceptos relacionados, de los criterios, de las fuentes, de los diferentes tipos de conocimiento posible y del grado con el que cada uno resulta cierto en la realidad circundante.

En consecuencia, desde la perspectiva metodológica que se tiene para la presente investigación, se evidencia en el enfoque de Hurtado (1999), quien afirma que el rango cuantitativo se le asigna a la investigación en la particularidad de que predominantemente, tiende a ser instrumento de medición y comparación dirigido a proporcionar datos cuyo estudio requiere el uso de modelos matemáticos y de la estadística. De tal manera la investigación en curso concibe su argumento epistémico al considerar la inclinación positiva, hipotética-deductiva, particularista, objetiva, emplazada mostrar resultados objetivos, características esta de de las ciencias naturales las cuales manipula métodos y técnicas confiables, mensurables, comprobables, propio de matemática y de la estadística, asistiéndose para ello de la teoría inmersa en tales procesos la cual le sirve de base y le da credibilidad a la investigación operacionalizado a través de procedimientos estandarizados como es el caso de la inferencia estadística.

3.2. Tipos de diseños de investigación.

La investigación está en concordancia con el tipo investigación no experimental según Hurtado (2000), la define como la que se realiza sin manipular deliberadamente las variables. Lo que se hace en una investigación no experimental es observar fenómenos tal y como se dan en su contexto natural, para después analizarlos. De hecho, no hay condiciones o estímulos a los cuales se expongan los sujetos del estudio. Los sujetos son observados en su ambiente natural, en su realidad. En un estudio no experimental los sujetos ya pertenecían a un grupo o nivel determinado de la variable independiente por auto selección.

De acuerdo a esto, se precisa que en la investigación a desarrollada el rol de los investigadores es el de observar el comportamiento de las variables en estudio: nivel de conocimiento teórico y práctico que tienen los estudiantes sobre la factorización de expresiones algebraicas y estrategias didácticas empleadas por los docentes de matemática para facilitar el aprendizaje de la factorización de expresiones algebraicas, en el ambiente y tiempo de ocurrencia donde se manifiestan como es el caso el aula de clase, las cuales serán analizadas posteriormente mediante la aplicación de un instrumento pertinente a su estructura.

En esta misma línea de correspondencia, de acuerdo al momento en que se estuvo efectuando la investigación en curso, se enfatiza que la misma es de tipo transversal en razón de que en la misma se recolectaron datos en un solo momento, en un tiempo único. Su propósito es describir variables, y analizar su incidencia e interrelación en un momento dado.

Pueden abarcar varios grupos o subgrupos de personas, objetos o indicadores. Pero siempre, la recolección de datos se realiza en un momento único. Este tipo de investigación se divide en Descriptiva y Correlacional /Causal (Hurtado, 2000).

Finalmente, en consideración a los objetivos propuestos, la investigación en curso se caracterizó por estar encuadrada en la modalidad Proyecto factible que de acuerdo al manual de trabajos de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, según UPEL (2006), consiste en la investigación, elaboración y desarrollo de una propuesta de un modelo operativo viable para solucionar problemas requerimientos o necesidades de organizaciones o grupos sociales puede referirse a la formulación de políticas, programas, Tecnologías, Métodos o Procesos. El proyecto debe tener apoyo en una investigación de tipo documental, de campo o un diseño que incluya ambas modalidades.

En tal sentido considerando lo ya expuesto, la presente investigación tuvo como finalidad hacer énfasis en el diseño de prácticas guiadas, semiguías y libres con el software El Geómetra como una actividad para facilitar el aprendizaje de las propiedades de los ángulos y triángulos en los estudiantes del nivel medio superior del SEA-Pátzcuaro, perspectiva tomada a este perfil investigativo debido a que la misma es una propuesta operativa que implica el uso de las herramientas computacionales tanto para su realización como para su puesta en funcionamiento el cual es pertinente en las coordenadas de la tecnología de la comunicación e información (TIC), las cuales tienen sobrada incidencia en el marco de la realidad educativa donde está circunscrita la problemática planteada, además en lo que respecta a la descripción de la propuesta, contempla un diagnóstico, un planteamiento y fundamentación teórica de tal, procedimientos metodológicos, actividades y recursos para su ejecución elementos estos contemplados en la modalidad proyecto factible.

3.2.1. Diseño de la Investigación.

Es la estrategia que adopta el investigador para responder al problema planteado, al respecto la investigación se operacionalizó a través de un diseño de campo. Según Tamayo (1998), afirma que los datos se recogen directamente de la realidad, lo que permite un alto nivel de confiabilidad debido a las condiciones en que se han obtenido los datos y facilita su revisión o modificación en caso de surgir dudas, por consiguiente en esta investigación, se recolectarán los datos directamente de los instrumentos que se aplicarán tanto a docentes como a los estudiantes del SEA-

Pátzcuaro, ubicado en el estado de Michoacán, considerando para ello los recursos disponibles, tanto humanos como materiales y cuya presencia constituirá el factor veraz tanto para la realización, como para la ejecución de las prácticas con herramientas computacionales como una actividad para facilitar el aprendizaje de las propiedades de ángulos y triángulos con los estudiantes del segundo semestre del nivel medio superior.

De igual manera, con relación al diseño ya planteado el trabajo investigativo se apoyó en una investigación de campo, la cual según el manual de trabajos de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL, 2006), define como el análisis sistémico de problemas en la realidad, con el propósito bien sea de describirlos interpretarlos, entender su naturaleza y factores constituyentes, explicar sus causas y efectos, predecir su ocurrencia haciendo uso de métodos característicos de cualquier de los paradigmas o enfoques de investigación conocidos en Desarrollo.

Así pues debido a que la investigación denominada: un estudio del aprendizaje de la geometría con alumnos del nivel medio superior utilizando herramientas computacionales, contempla la recolección de un conjunto de datos, tal cual como se encuentran en la realidad donde está sumergida la problemática descrita a través de parámetros matemáticos y estadísticos que le imprimen connotación objetiva tanto al estudio formulado como a los resultados emitidos, en el marco de proponer una herramienta novedosa para facilitar el aprendizaje de la matemática en líneas generales.

En este mismo sentido de concordancia la investigación por tratar de abordar una problemática desde distintas fuentes informativas previas se caracteriza por ser documental; al respecto, la UPEL (2006) define esta tendencia investigativa por investigación documental, el estudio de problemas con el propósito de ampliar y profundizar el conocimiento de su naturaleza, con el apoyo, principalmente, en trabajos previos, información y datos divulgados por medios impresos audiovisuales o electrónicos. La originalidad del estudio se refleja en el enfoque, criterios, conceptualizaciones, reflexiones, conclusiones, recomendaciones y en general el pensamiento de Tamayo (1998).

Por consiguiente, entendiendo el marco de las ideas ya expuesta el desarrollo de la investigación en cuestión se precisa en esta directriz debido a que implica para su fundamentación el uso de información y datos contenidos tanto de manera impresa como electrónica, en consecuencia de que la problemática del aprendizaje de la matemática reviste una relevancia connotada en los diversos estratos de la sociedad

ya que es escollo latente de la realidad educativa que está caracterizando la tendencia investigativa, más aun la que tiene que ver con el aprendizaje de la Geometría –propiedades de ángulos y triángulos- del cual existe un cúmulo de conocimientos básicos para lograr un desempeño eficiente en el quehacer educativo que caracteriza la educación media superior.

3.2.2. Nivel de Investigación.

Se refiere al grado de profundidad con que se aborda un objeto o fenómeno, de igual forma, según Hurtado (2000), expresa la profundidad del estudio o la dimensión de la investigación, está denominada a través de los objetivos, los cuales deben de ir de lo general a lo particular, de lo simple a lo abstracto y de lo fácil a lo complejo por consiguiente en concordancia con lo relativo a este trabajo investigativo, se puede expresar que la misma es de carácter descriptivo que de acuerdo a Jacobs (1999), Señala que la investigación descriptiva, es aquella que se desprende de un hecho, fenómeno o grupo, con la finalidad de establecer su estructura o comportamiento.

A tal efecto, se entiende que la misma consiste en la caracterización de un hecho, fenómeno o grupo con el fin de establecer su estructura o comportamiento, que en el caso de la investigación en curso busca determinar el nivel de conocimiento que poseen los estudiantes del segundo semestre del nivel medio superior del SEA-Pátzcuaro ubicado en Michoacán, sobre las propiedades de los ángulos y triángulos, en tal sentido establecer la necesidad de idear prácticas guiadas, semiguías y libres para reforzar el aprendizaje en dichos estudiantes con respecto a estos contenidos matemáticos de los programas oficiales de la Dirección General del Bachillerato.

A lo largo de la historia la escuela en general ha sufrido transformaciones debido no solo a los cambios socioeconómicos, sino también a las diversas posturas científicas y pedagógicas de cada momento histórico. Sin embargo nunca como en la presente época los sistemas educativos están retados al cambio si se desea poder dar respuesta a los desafíos de la sociedad. Dentro de esta sociedad los desafíos a que se enfrenta, se refieren sobre todo a: qué enseñar, qué aprender, cómo enseñar, cómo aprender, quien aprende, con qué se aprende, ¿cómo auxilian las nuevas tecnologías a ese aprender a aprender?.

¿Qué involucran estos cuestionamientos?, la respuesta, es sin mucho pensar, la participación de los diferentes elementos que intervienen en el proceso como son: el sujeto que aprende y el sujeto que enseña, los

objetivos, qué recursos, cuáles contenidos y la aplicación de las diversas técnicas, habilidades, estrategias de aprendizaje- enseñanza, que al adoptarlas y adaptarlas adecuadamente enmarcarían los esfuerzos y el camino que cada uno de los docentes tendría la responsabilidad de utilizar. Actualmente las respuestas se están dando aceleradamente y, particularmente en las instituciones educativas, con el uso de las nuevas tecnologías, por lo tanto surge la necesidad urgente de atender estos cambios emergentes, y así dar respuesta al sistema y demandas educativas de la sociedad conocida ya como sociedad de la información como lo referimos en la evolución del capítulo N° 1.

Teniendo presente las necesidades de cambio que toda institución tiene y el vertiginoso crecimiento tecnológico reciente, además de considerar las ventajas que la modalidad de abierta nos ofrece, es que surge esta propuesta, con el Círculo de Aprendizaje (C.A.) como metodología de aprendizaje solidario donde se procesa y alcanza cooperativamente al trabajar en equipo, la cual lleva como propósito principal el de dar atención de manera más integral, más flexible en cuanto a libertad de estudio se disponga. Ofrece un escenario pedagógico distinto en el que se puede aprender de los mismos pares, desarrollar una actitud crítica y de respeto al pensamiento o criterios de los otros y a la vez tener la posibilidad de realizar aportes de orden personal y que este modo de aprender se acerca más al mundo real, dado que en éste la gente no suele resolver sus problemas aisladamente, sino con ayuda de otros. Ahora bien, recordando la pregunta establecida ya en tema anterior, que describe las diferentes teorías de educación abierta, que dice: ¿Cuál de las propuestas se adapta mejor al contexto del SEA del COBAEM desde el punto de vista pedagógico y metodológico para implementar el estudio de la matemática del segundo semestre?.

Es aquí y el momento propicio, que se puede y debe tenerse en consideración los diferentes modelos teóricos que establecen esquemas, proponen cambios y apoyan en cierta medida esta modalidad; al grado de disponer de ellas como base para llevar a cabo con cierto apego a la realidad esta propuesta; además de que se debe tener en cuenta el uso de los tres componentes esenciales del triángulo de educación abierta, el estudiante, los materiales didácticos y al asesor (Suárez, 2002), para así lograr los objetivos de autonomía e independencia del aprendiz y el compromiso del docente o tutor de coadyuvar la formación del aprendiz en su formación integral. Es entonces que se puede relacionar la importancia que tiene la interacción e interactividad que se practican, en nuestra modalidad abierta, agregando sin duda, que para lograrlo, el

espacio físico o infraestructura y la tecnología propia son indispensables para llevarse a cabo.

En torno a este marco referencial es que se puede afirmar, que esta propuesta de implementar el círculo de aprendizaje en la educación abierta se fundamenta principalmente en las aportaciones que hacen Moore (1999), en su teoría de la distancia transaccional y la autonomía del aprendiz, relacionando necesidades y deseos percibidos del aprendiz con efectos directos hacia el estudio independiente y en la teoría de Holmberg (1995). Una teoría de la enseñanza en la educación abierta, que resalta la importancia de la autonomía del aprendiz, así como la comunicación contigua y que es caracterizada por la promoción del aprendizaje vía métodos personales y conversacionales bajo un enfoque humanista de la educación; pero, también tiene relación muy particularmente con la teoría de Verduin y Clark (2000), teoría tridimensional de la educación abierta, que destaca el dialogo, soporte estructural, la competencia especializada, competencia general y auto dirección; caracterizados por los requisitos de tareas y del aprendiz, con efectos en los principios de la educación de adultos y las estructuras del conocimiento, esta última, justamente por adaptarse y tener aplicación con respecto al triángulo de la educación, mismo que incluye y considera en gran medida las características del proceso educativo aplicado en la modalidad de educación abierta.

Los medios, materiales y recursos a utilizar para atender a los estudiantes serán planeados de tal manera que propicien el auto aprendizaje, la autonomía, la libertad, y estarán organizados para ser considerados durante los tiempos determinados y tomando al mismo tiempo en consideración el enfoque constructivista ya descrito en capítulos anteriores. Los medios que se disponen en el SEA-Pátzcuaro para el C.A. con estudiantes son: cinco computadoras que se habilitaron, así como un espacio dentro de un cubículo porque no existe sala de computación.

El desarrollo de la propuesta y el diseño instruccional educativo para operar el estudio del aprendizaje de ángulos y triángulos con estudiantes utilizando herramientas computacionales y materiales didácticos (prácticas guiadas) en círculos de aprendizaje, se tratarán en los aspectos metodológicos del siguiente apartado. Teniendo como propósito fundamental que el estudiante aprenda significativamente al estudiar la matemática del segundo semestre.

Considerando el diseño instruccional y de formación matemática como el resultado de integrar todo un conjunto de procesos y aplicación de adecuadas estrategias de aprendizaje, ya que si se cumplen estas características la enseñanza y el aprendizaje de la matemática serán más fáciles de lograr

3.3. Población y muestra.

La primera fase se inició en el SEA Unidad Pátzcuaro con la aplicación de un examen diagnóstico al círculo de aprendizaje con 10 estudiantes cuyas edades oscilan de 20 a 40 años (predominio de 25 años), mismos que se les aplicó el cuestionario final para conocer su avance académico del tema de ángulos y triángulos. Las sesiones de trabajo tuvieron como lugar un aula improvisada como centro de cómputo de la Institución. Con 5 equipos de computadoras rezagadas por la Dirección administrativa que se habilitaron para el estudio con los estudiantes.

En la segunda fase y como parte del estudio se desarrollo un círculo de aprendizaje de ángulos y triángulos con 10 alumnos del SEA-Pátzcuaro con 5 ordenadores para realizar el estudio, pertenecientes al grupo que se aplicó el cuestionario diagnóstico.

Se trabajó en equipos de 2 alumnos por computadora. El contenido de las actividades en el círculo de aprendizaje incluyeron los temas de ángulos y triángulos, se anexa formato de actividades, adaptándose el manual propuesto por Correa, Cruz y Razo (2002) para utilizarse con el software El Geómetra.

3.4. Instrumentos.

3.4.1. El cuestionario diagnóstico.

Para la elaboración del cuestionario diagnóstico se tomaron en cuenta los temas del Plan y Programas de Estudio del COBAEM de segundo semestre de matemáticas II en el área de geometría. Se conformó de 20 reactivos y se elaboró con el siguiente objetivo:

- Saber el dominio de conocimiento de los estudiantes sobre aspectos básicos:
 - a. Concepción sobre ángulo y medida de un ángulo.
 - b. Concepto de rectas paralelas, perpendiculares y secantes.
 - c. Igualdad de ángulos opuestos por el vértice, adyacentes y suplementarios.
 - d. Ángulos entre paralelas y una secante.

- e. Clasificación de triángulos
- f. Suma de ángulos internos de un triángulo.
- g. Teoremas de semejanza y de congruencia de triángulos
- h. Teorema de Thales y Teorema de Pitágoras
- i. Recolectar información que sirva como base para el diseño de hojas de trabajo en ambientes de geometría dinámica. Par darnos indicio de donde iniciar la segunda fase, para el C.A. de ángulos y triángulos.

El tiempo de resolución de la prueba diagnóstico se llevó un promedio de 90 minutos. Con la información recibida se puede incluso considerar en caso de rediseñar el nuevo examen diagnóstico para una segunda etapa de exploración futura, que resulte lo más claro posible para el estudiante, que no tenga ambigüedades, que la información sea relevante y nos dé luz sobre los conocimientos que los alumnos tienen al ingresar al nivel medio superior.

3.4.2. Objetivo y contenidos.

Cada una de las actividades están seleccionadas teniendo en cuenta los siguientes criterios:

- Que implicaran algunos de los procesos cognitivos de visualización, construcción y razonamiento en las actividades para aprender los temas de la Geometría con el uso de la herramienta computacional
- En las actividades seleccionadas están involucradas algunas de las siguientes características del quehacer matemático: particularizar, buscar patrones, conjeturar, generalizar, extender la solución de un problema, solucionar un problema más simple, revisar la solución, utilizar representaciones, extraer información de una representación, construir modelos matemáticos, formular contraejemplos, estudiar casos particulares, entre otras.
- Los contenidos involucrados en la solución de cada actividad guardan relación con la primera unidad de los temas del curso de matemáticas II: ángulos y triángulos.

Los contenidos fueron distribuidos de la siguiente manera en las hojas de las actividades con El Geómetra. Esta secuencia en ningún momento fue planeada como un instrumento rígido, el cual no permitiera alteraciones o modificaciones, por el contrario estuvo sujeta al ritmo con que se dio el aprendizaje.

Tabla N° 4. Contenidos y objetivos de las actividades de la propuesta didáctica.

N° DE ACTIVIDAD (Anexo 2)	TÍTULO/CONTENIDO	OBJETIVO
0	I. INTRODUCCIÓN AL USO DEL GEÓMETRA	Describir y manejar el paquete de computo educativo (Geómetra)
1, 2 y 3	II. CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar las herramientas de dibujo, realizar las figuras geométricas; Triángulo, Círculo con radio y Triángulo inscrito en un círculo. • Arrastrar los dibujos hechos en las actividades anteriores y responder cuestionario para entender el modo de arrastre del programa el Geómetra • Construir con las herramientas de dibujo: <ul style="list-style-type: none"> a. Una mediatriz para un segmento b. Un triángulo dados los tres lados c. Un rombo y un romboide. d. Construir una recta paralela a otra dada por un punto exterior e. Puntos notables de un triángulo.
4 y 5	II.1 Arrastrar y seleccionar	
6, 7, 8	II.2 Utilización del menú de construcción	
9,10	III. CÁLCULAR MEDIDAS EN UN TRIÁNGULO	<ul style="list-style-type: none"> • Dibujar un triángulo y medir sus tres ángulos • Dibujar un triángulo y medir sus tres ángulos • Calcular la suma de los tres ángulos del triángulo construido • Expresar una propiedad de los triángulos: la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es de 180°.
	IV. EXPLORACIÓN DE TIPOS DE ÁNGULOS	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar las construcciones de los teoremas siguiendo las actividades proporcionadas paso por paso con la ayuda del software • Llegar a construir los teoremas y verificarlos arrastrando el punto sobre la recta que lo contiene, generar varios casos arrastrando el punto • Verificar las relaciones entre los ángulos cuando dos rectas se intersecan
11	Teorema 1. El segmento más corto que une un punto a una recta es el segmento perpendicular a la recta	
12	Teorema 2. Los ángulos opuestos por el vértice son iguales	

	V. EXPLORACIÓN DE ÁNGULOS FORMADOS POR LÍNEAS PARALELAS Y UNA TRANSVERSAL	<ul style="list-style-type: none"> Realizar las construcciones de los teoremas y verificar las relaciones que se producen entre los ángulos al cortar dos rectas paralelas, cortadas por una secante. 	
13	Teorema 3. Si dos ángulos alternos internos son congruentes entonces los otros dos ángulos alternos internos también lo son.	<ul style="list-style-type: none"> Llegar a conjeturar los teoremas de la actividad 15 y N° 17 que pudiera inferir, con el dibujo proporcionado con el Geómetra 	
14	Teorema 4. Los ángulos <i>internos</i> a un mismo lado de la transversal de rectas paralelas, son suplementarias.		
15	Teorema 5. Los ángulos <i>externos</i> a un mismo lado de la transversal de rectas paralelas, son suplementarias.		
16	Teorema 6. Toda transversal forma con dos paralelas ángulos alternos externos congruentes		
17	Teorema 7. Toda transversal forma con dos paralelas ángulos alternos internos congruentes.		
	VI. EXPLORACIÓN DE PROPIEDADES DE TRIÁNGULOS		<ul style="list-style-type: none"> Realizar las construcciones de los teoremas y verificar las relaciones que se producen y expresar algunas propiedades. Construir tres triángulos de acuerdo a su definición (Equilátero, Escaleno, e isósceles) y sus elementos principales, tomando como base la actividad N° 9. Construir tres triángulos de acuerdo a su definición (Rectángulo, Acutángulo, y Obtusángulo) y sus elementos principales, tomando como base la actividad N° 9 <p>Llegar a conjeturar los teoremas que pudiera inferir, con el dibujo del Geómetra proporcionado.</p>
18	Tipos de triángulos de acuerdo a sus lados		
19	Tipos de triángulos de acuerdo a sus ángulos		
20	Teorema 8. La suma de las longitudes de dos lados cualesquiera de un triángulo es mayor que la longitud del tercero		
21	Teorema 10. Todo triángulo equilátero es equiángulo		
22	VII. EXPLORACIÓN DE LOS PUNTOS NOTABLES EL BARICENTRO DE UN TRIÁNGULO.	<ul style="list-style-type: none"> Construir los puntos notables para un triángulo y verificar arrastrando los vértices, generando diversos casos para localizar la recta Euler 	

23	VIII. GENERACIÓN DE CONSTRUCCIONES Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. Teorema 11. En un triángulo isósceles, los ángulos opuestos a lados iguales, son iguales.	<ul style="list-style-type: none"> • Generar las construcciones de los teoremas con las herramientas computacionales. • Para ello dibujará la construcción con el Geómetra y captará la propiedad general de los teoremas a través de modificar su figura y medir los ángulos, lados y líneas. • Resolver problemas de triángulos de tipo teórico y prácticos aplicando los conceptos, técnicas y procedimientos relativos a los triángulos y sus propiedades geométricas, la semejanza y congruencia y el Teorema de Pitágoras. • Interpretar la solución en el contexto de los problemas de aplicación.
24	Teorema 12. Las medianas correspondientes a los lados de un triángulo isósceles son iguales	
25	Teorema 13. La altura correspondiente a la base de un triángulo isósceles es también mediana, mediatriz y bisectriz.	
26	Teorema 14: La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a dos rectos o sea de 180.	
27	Teorema 15: La suma de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo es igual a 90.	
28	Teorema 16. En todo triángulo, la medida de un ángulo externo es la suma de las medidas de los ángulos internos no contiguos.	
29	Triángulos congruentes Teorema de Pitágoras Complemento: Problemas de aplicación.	

Fuente: Correa, Cruz y Razo (2002).

Para una presentación completa de cada una de las actividades, consulte el anexo N° 2.

3.5. Técnicas y métodos.

Como se señaló el objetivo del trabajo, nuestro interés está en presentar una propuesta para estudiar las propiedades de los ángulos y triángulos con estudiantes del bachillerato a través de las herramientas computacionales.

El tema está incluido en el currículo de la enseñanza del bachillerato, por tanto se propuso un círculo de aprendizaje donde los estudiantes,

apoyados con el software de geometría dinámica “El Geómetra” aprendan el manejo de esta herramienta incluida en el software y que nos permite estudiar las propiedades de ángulos y triángulos, temas de la primera unidad del segundo semestre del COBAEM.

La propuesta parte del problema de investigación, consiste de una etapa con tres fases que se presentan en forma esquemática y descriptiva:

Tabla N° 5. Fases del estudio

PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN		
ETAPA DE ESTUDIO		
1ª Fase: Examen Diagnóstico	2ª Fase: Círculo de aprendizaje, ángulos y triángulos	3º Fase: Descripción de resultados y contrastación

Fuente: Elaboración propia.

3.6. Procesamiento de datos.

Dentro del informe del estudio en el círculo de aprendizaje se describe las herramientas de evaluación de la descripción del desarrollo de la experiencia, a través de las sesiones que se describen a continuación:

Tabla Nº 6. Desarrollo del círculo de aprendizaje

DESCRIPCIÓN DEL DESARROLLO DEL CÍRCULO DE APRENDIZAJE	
<p>1ª SESIÓN: Se reúne el círculo de aprendizaje con la finalidad de aplicar el examen diagnóstico para determinar el nivel de conocimientos previos en forma individual y por círculo de estudio. Además se les aplicó el cuestionario del CHAE para conocer el estilo de aprendizaje y previamente adecuar las actividades. La duración aproximada fue de 90 minutos. Para ir ganando terreno a las prácticas no guiadas se recomendó llevar en las sesiones bibliografía relacionadas con el tema de geometría para fomentar la investigación y realizar prácticas de este tipo. Solicitando un disco flexible para que en cada sesión guardaran sus actividades</p>	<p>DE LA 2ª A LA 5ª SESIÓN: Se explican los lineamientos fundamentales a través de actividades guiadas con la explicación y la manipulación del manual del GEÓMETRA. Planteamiento de la actividad y primer contacto con la unidad I ángulos y triángulos diseñada en forma didáctica. Abarcando desde la actividad Nº 0 hasta la 10 con los objetivos señalados en el tabla Nº 15 y que se describen con detalle en el manual descrito en los anexos. Se observo que la mayoría no tenían nociones elementales de las herramientas computacionales, por lo que hubo dependencia del docente. Se encuentran dificultades para mover los controles, herramientas de dibujo y reconocer la relación entre sus modificaciones y la variación en triángulo y el círculo. No tardan mucho en familiarizarse con los controles por el elevado interés. El alumno presenta colaboración externa por parte del profesor para orientarse en las actividades.</p>

Fuente: Elaboración propia.

DESCRIPCIÓN DEL DESARROLLO DEL CÍRCULO DE APRENDIZAJE**DE 6ª A LA 9ª SESIÓN**

Se inició con la participación activa en el círculo de aprendizaje de estudiantes en las actividades guiadas de la N° 11 a la N° 17 relacionadas con el tema de ángulos, detalladas en el manual de actividades. Se observó que la mayoría no tenían la noción elemental de ángulo, tipos de ángulo que se describen con la circunferencia y entre paralelas, tampoco recordaba el conocimiento de rectas paralelas y perpendiculares (contestaba erróneamente), por lo que siguió la dependencia del docente para realizar las construcciones y la demostración de los teoremas de ángulos del manual.

Hubo necesidad de retroalimentar brevemente los conceptos de rectas paralelas y perpendiculares con ayuda del Geómetra. Posteriormente el estudiante pudo realizar las construcciones debido a que el manual atiende más el trabajo procedimental (paso por paso) con la ayuda del software. Sin embargo no se descuida el conceptual al verificar los teoremas para diferentes valores. Fue suficientemente logrado los objetivos de las actividades porque requiere de apoyo del profesor.

DE LA SESIÓN 10ª A LA 13ª

Se inició con actividades de la N° 18 a la 21, explorando propiedades de triángulos, en la cual el estudiante realizara las construcciones y demostraciones dinámicas.

Se observó que la mayoría no tenían la noción elemental de triángulo, tipos de triángulos por sus lados y ángulos, por lo que siguió la dependencia del docente para realizar las construcciones y la demostración de los teoremas del triángulo del manual.

Se retroalimentó el concepto de triángulo de acuerdo a sus lados y ángulos con ayuda de el Geómetra.

En las actividades 16, 17, 20 y 21 se proporcionaron los dibujos de las construcciones en el Geómetra para que el estudiante llegara a conjeturar los teoremas que pudiera inferir, el dibujo.

El alumno presenta noción de los contenidos y requiere de colaboración externa por parte del profesor para orientar las conjeturas de los teoremas. Fue suficientemente logrado el objetivo.

Fuente: Elaboración propia.

DESCRIPCIÓN DEL DESARROLLO DEL CÍRCULO DE APRENDIZAJE

LA SESIÓN 14^a. Se continúa con la actividad N° 22 guiada, en la cual se explora localizando los puntos y rectas notables del triángulo, por ejemplo el baricentro. Descubriendo la recta de Euler. Dificultades al trazar perpendiculares, que se subsanan retroalimentando en el pizarrón y con el software

Explicación detallada del método gráfico para el cálculo de bisectrices

Ya familiarizados con las herramientas del software les resulta fácil, realizar las actividades diseñadas.

Atención individualizada para algunos alumnos con dificultades en el diseño de las rectas notables y puntos notables.

Dificultades según el triángulo que han dibujado, puesto que algunos puntos notables no se encuentran en el interior del triángulo.

Recta de Euler y como actividades de ampliación el estudio de la recta de Simson y la construcción de la circunferencia de los nueve puntos.

El alumno presenta conocimientos y comete mínimos errores.

DE LA SESIÓN 15^a A LA 20^a. El estudiante elabora sus construcciones de los teoremas mediante El Geómetra que se indican en las actividades de la 23 a la 29, las cuales ayudaron a visualizar y comprender las bases geométricas que les dieron origen, como el teorema de Pitágoras.

Se realizaron problemas de aplicación en la matemática y física.

El alumno presenta conocimientos y comete mínimos errores, lográndose niveles de logro

Realización del examen final y las encuestas al círculo de aprendizaje.

Observaciones:

La actitud de los alumnos ha sido muy positiva. Las herramientas computacionales son eficaces, pues capta su atención y supone una motivación añadida en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Como incidencia más destacada, señalar el inconveniente que supone compartir el espacio y tiempo un aula improvisada como sala de computo que utilizan al mismo tiempo dos asesores con alrededor de 6 estudiantes, aparte de los 10 integrantes del C.A. El tiempo y el espacio inciden a su vez en otro factor de influencia que es el ambiente. Es de suponer que el ambiente de trabajo facilite la concentración y mayor atención y dedicación al estudio más que si las sesiones se tienen en una aula exclusiva, donde interrumpen los otros estudiantes

Fuente: Elaboración propia.

3.6.1. Comparación de Resultados.

En la tercera fase, después de las sesiones con el círculo de aprendizaje se aplicó un cuestionario abierto y cerrado a los estudiantes para conocer la valoración personal del mismo. En general es muy positiva, los alumnos han colaborado y se han visto motivados por la actividad

Además se aplicó el examen diagnóstico pero agregándole otros temas para conocer su avance académico sobre los temas de ángulos y triángulos. Fue notable la mejoría en las respuestas de los reactivos con respecto a la primera vez que lo contestaron.

Ambos cuestionarios fueron sin usar El Geómetra. Se anexa el análisis y los resultados obtenidos de los cuestionarios y del examen final en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS.

4.1 Resultados obtenidos.

Se realizó de acuerdo a los resultados del análisis estadístico de la evaluación que presenta el equipo de 10 estudiantes del C.A con edades de 20 a 40 años (predominio de 25 años), que se presentará en la tabla siguiente.

Obteniendo primero el resultado del cuestionario de estilo de aprendizaje y como desarrollarlo tanto a nivel personal como de C.A., tratando de aprovecharlo para diseñar las secuencias didácticas apropiadas. Predominando **la reflexiva y activa** por lo que las actividades se seleccionaron en ese contexto incluyendo reflexiones, que analizaran los contenidos, objetivos, operaciones, que razonaran y lograran conjeturar y captar las propiedades generales sobre los dibujos modificados por el estudiante o esquemas dinámicos construidos.

Tabla N° 7. Estilo de aprendizaje de los estudiantes del C.A del SEA-Pátzcuaro.

N° de estudiante	Activo	Reflexivo	Teórico	Pragmático
1.		x	x	
2.	x	x		
3.		x		
4.	x			
5.		x		
6.	x			
7.		x	x	
8.	x			
9.		x		
10.	x	x		
TOTALES	5	7	2	0

Fuente: Elaboración propia.

4.1.1. Evaluación de los cuestionarios de valoración por los estudiantes del círculo de aprendizaje

El cuestionario cerrado para conocer la valoración de los 10 estudiantes con el estudio en el círculo de aprendizaje arrojó los resultados siguientes en la escala del 1 al 5 .

Tabla N°8. Valoración por los estudiantes del estudio en el círculo de aprendizaje

Nº	Pregunta	1	2	3	4	5
1	¿Te gustan las matemáticas? (1-nada) y (5-mucho)	0	0	1	6	3
2	¿Qué nota sueles sacar en matemáticas? (1-insuficiente) y (5-sobresaliente)	1	7	2	0	0
3	¿Has tenido dificultades para hacer las actividades en el C.A.? (1-muchas) y (5-ninguna)	1	1	4	4	0
4	¿Prefieres este sistema al tradicional? (1-nada) y (5-totalmente)	0	0	0	8	2
5	¿Cuánto te parece que has aprendido en el C.A.? (1-nada) y (5-mucho)	0	0	0	2	8
6	¿Te ha gustado la experiencia con el C.A ? (1-nada) y (5-mucho)	0	0	0	4	6
7	¿Te gustaría continuar trabajando con este método llevado en el C.A.? (1-nada) y (5-mucho)	0	0	0	1	9
8	¿Crees que es posible aprender las matemáticas así? (1-nada) y (5-todo)	0	0	0	8	2

Fuente: Elaboración propia

Los resultados de la encuesta abierta se realizaron sobre cinco preguntas, las respuestas de los alumnos se podrían resumir como siguen:

1. Indica qué es lo que más te ha gustado de esta experiencia:
 - En general destacaron el manejo de la computadora, el movimiento de las construcciones y el trabajo en parejas por equipo de maquinas. Lo mucho que ha aprendido y lo ameno que ha sido.

2. Indica qué es lo que menos te ha gustado de esta experiencia con el C.A.
 - Al inició la dificultad del manejo del software porque no lo conocían y que el profesor en las últimas actividades no apoyase explicando más las construcciones geométricas
 - Marcaron la incomodidad de no contar con una sala de computo apropiada
 - No haber utilizado la computadora con otros temas.
 - El poco tiempo que tuvieron para hacer las actividades
 - Algunas actividades de las construcciones les resultó bastante pesadas.

3. Indica lo qué cambiarías y lo que no cambiarías: Coincidieron en no variar nada, algunos lamentaron no poder continuar asistiendo al C.A., por cuestiones personales o de su trabajo
4. Si quieres aclarar algunas de las respuestas dadas en la tabla anterior escríbelo aquí: Ninguno dijo nada
5. Expresa tu valoración general o los comentarios que creas que son de interés:
 - La mayoría lo encontró interesante y con ánimo de continuar trabajando con el círculo de aprendizaje y las herramientas computacionales, otro comentario interesante la queja de que debería de guiar más el profesor.
 - En general les resultado muy interesante. Mencionan que han descubierto cosas que, en los libros o materiales que se llevan en el SEA mediante dibujos no se veían bien, por lo que les ha servido bastante de apoyo para completar sus conocimientos.

4.1.2. Evaluación comparativa de los dos exámenes: diagnóstica y final.

La tabla y la gráfica muestra el porcentaje (%) de reactivos contestados correctamente por alumno, así como, el porcentaje (%) de alumnos que contesto acertadamente cada reactivo de un total de 10 alumnos. Se aprecia que ningún alumno contesto el 50% del examen y el 100% de los estudiantes reprobó, es decir, no tienen los conocimientos mínimos necesarios. Los diez estudiantes del círculo de aprendizaje acertaron menos de cuatro reactivos.

Tabla N° 9. Evaluación del examen diagnóstico.

N° de estudiante / N° de reactivo.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Σ B	%	
1	B	M	M	M	M	M	M	M	M	B	B	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	3	15
2	M	M	M	M	M	M	M	M	B	B	M	M	M	B	M	M	M	M	M	M	M	3	15
3	B	M	M	M	M	M	M	M	M	M	B	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	2	10
4	B	M	M	M	M	B	M	M	M	B	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	3	15
5	M	M	M	M	M	M	M	M	M	B	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	1	5
6	B	M	M	M	M	M	B	M	M	M	B	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	3	15
7	B	M	M	M	M	M	M	M	M	B	B	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	3	15
8	M	M	M	M	M	M	M	M	M	B	B	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	2	10
9	B	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	1	5
10	B	M	M	M	M	M	M	M	M	B	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	2	10
SUMA (Σ B)	7	0	0	0	0	1	1	0	1	7	5	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	23	
%	70	0	0	0	0	10	10	0	10	70	50	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0		

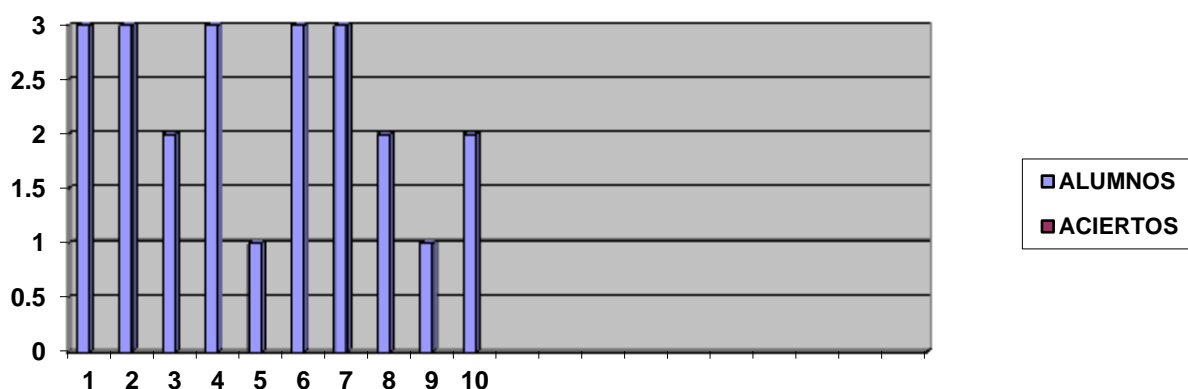
Fuente: Elaboración propia.

Tabla N° 10. Evaluación del examen final

N° de estudiante/ N° de reactivo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Σ B	%	
1	B	B	M	B	B	M	B	B	M	B	B	B	M	B	B	B	B	B	B	B	B	16	80
2	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	M	M	M	18	90
3	B	B	B	B	B	B	M	B	B	B	B	M	B	B	M	B	B	M	B	B	B	16	80
4	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	20	100
5	B	B	B	B	M	B	B	B	B	M	B	B	M	M	B	M	B	B	M	B	B	14	70
6	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	M	B	B	M	B	M	B	M	B	16	80
7	B	B	M	B	M	B	B	M	B	B	M	B	B	B	M	B	B	B	M	B	B	14	70
8	B	B	B	M	B	B	M	B	B	B	B	M	B	B	B	B	M	B	B	B	B	16	80
9	B	M	B	B	B	B	B	B	M	B	B	B	B	M	B	B	B	M	B	B	B	16	80
10	B	B	M	B	M	B	B	M	B	B	B	M	B	B	M	B	B	B	B	B	M	14	70
SUBA (Σ B)	10	9	7	9	7	9	8	8	8	9	9	7	7	8	7	8	9	7	7	7	7	160	
%	100	90	70	90	70	90	80	80	80	90	90	70	70	80	70	80	90	70	70	70	70		

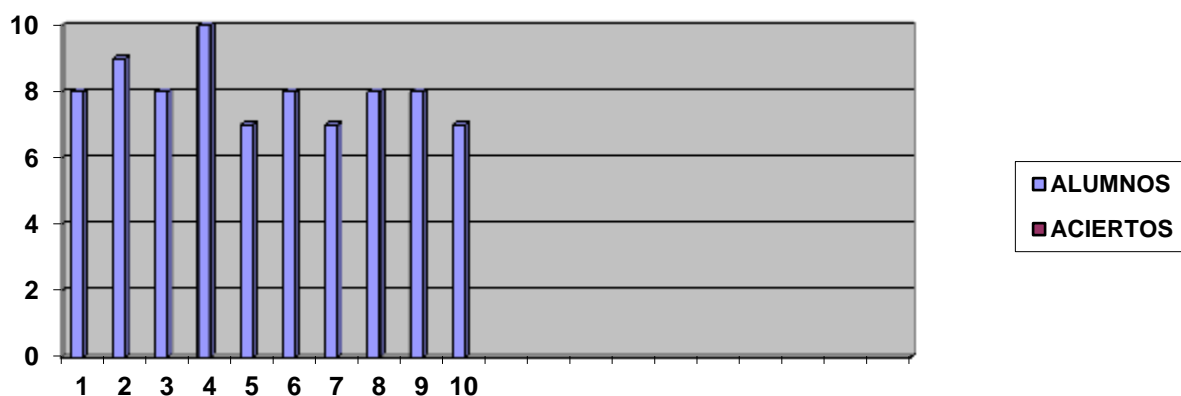
Fuente. Elaboración propia.

Gráfica N° 1. Histograma del examen diagnóstico del círculo de aprendizaje



Fuente. Elaboración propia

Gráfica N° 2. Histograma del examen final del círculo de aprendizaje



Fuente. Elaboración propia

4.2. Discusión.

El examen de opción múltiple es el mismo que se aplicó al final para conocer su avance académico y para comprobar si se han conseguido los objetivos previamente previstos se les realizó una prueba escrita con los contenidos expuestos en estos temas. Los resultados fueron más que satisfactorios:

- Un alumno consiguió superar la prueba con diez
- Un alumno con nueve
- Cinco alumnos alcanzaron un ocho
- Tres alumnos un siete

Pudiéndose concluir o detectar al final del estudio una mejoría del nivel de conocimientos, con 80% de aprovechamiento

Para una presentación completa del examen consulte el anexo N° 1.

Desde el punto de vista del estudio propiamente dicho, mi valoración ha sido muy positiva. Para ello me baso en los resultados obtenidos en las encuestas de los alumnos.

Las nuevas herramientas computacionales se están implantadas cada vez con más fuerzas en todos los ámbitos de la sociedad y no podía ser una excepción el mundo educativo.

Hablando desde el punto de vista de los alumnos, también han quedado satisfechos con la experiencia. Había conceptos que tradicionalmente les ha costado mucho esfuerzo entender de Geometría que con la utilización del Geómetra han logrado comprender de un modo más sencillo y también más ameno al tener mayor protagonismo en su aprendizaje. La utilización de la computadora en las Matemáticas les ha supuesto algo novedoso y han podido comprobar que con esta experiencia se ha probado que los objetivos y contenidos alcanzados son equiparables, sino superiores a la enseñanza tradicional.

Por lo tanto considero que la experiencia ha sido muy satisfactoria, no sólo para los alumnos sino también para el profesor. Además de lo anterior, a continuación se presentan las conclusiones.

CONCLUSIONES

El presente apartado está dividido en tres partes. La primera contiene las conclusiones más relevantes del estudio que se reporta en este documento. En la segunda se propone el aprendizaje de la geometría apoyada con geometría dinámica y en la parte final se hacen las sugerencias.

A. Conclusiones.

De acuerdo a nuestro objetivo principal, de realizar un estudio con estudiantes para el desarrollo del proceso de aprendizaje de la Geometría, utilizando herramientas computacionales, que contribuyeran al dominio de las propiedades de los ángulos y triángulos, conceptos básicos en esta disciplina en la Enseñanza Media Superior, se presentan algunas conclusiones:

1. En general el uso de las computadoras en la matemática la he valorado positivamente, especialmente como una herramienta para la construcción del aprendizaje, así mismo los estudiantes han conocido las potencialidades que ofrece las herramientas computacionales en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Para ello me baso en los resultados obtenidos en los exámenes y encuestas de los estudiantes.

2. Al aplicar el diagnóstico se observó que la mayoría se encuentran en el primer nivel del modelo Van Hiele, ellos reconocen a los objetos por su apariencia física y no por las partes que lo constituyen o propiedades que tienen y las características del lenguaje usado por los estudiantes en las actividades iniciales, constituyen otra evidencia que inicialmente se pueden ubicar en el nivel uno. Al realizar las actividades, con el apoyo y con el uso de la tecnología, los alumnos pasaron al nivel tres de este mismo modelo. Siendo notable la mejoría que tienen los estudiantes del bachillerato para comunicar sus ideas matemáticas en las últimas sesiones del círculo de aprendizaje.

3. La utilización de un programa computacional Geométrico, específicamente del Geómetra presenta distintas potencialidades que favorecen el proceso de enseñanza-aprendizaje, dentro de éstas destacan su fácil manipulación, debido a que pueden realizar construcciones por medio de acciones y en un lenguaje que son muy próximos a las construcciones que se hacen con lápiz y papel; desarrolla habilidades de visualización; presenta perfección en las construcciones de manera precisa; es fácil y rápido; y además minimiza el tiempo, promoviendo el aprendizaje de la matemática.

4. Bajo el enfoque constructivista el aprendizaje es significativo y relevante cuando la participación es activa por parte del estudiante en la construcción del conocimiento, para ello es necesario apoyarse en talleres o círculos de

aprendizaje que contengan una secuencia de actividades que orienten la exploración, conjeturas, descubrimiento y verificación de propiedades, de lo contrario la organización inadecuada de las actividades dificulta el logro de aprendizajes esperados con los estudiantes.

5. Las características del lenguaje usado por los estudiantes en las actividades iniciales, constituyen otra evidencia que inicialmente se pueden ubicar en el nivel uno. En este sentido, los alumnos utilizan palabras del lenguaje corriente para referirse a términos usados en la geometría. Por ejemplo, al vértice le llaman esquina, punta o terminación, a los lados de un ángulo o de un triángulo, le llaman parte.

6. El proceso de enseñanza-aprendizaje en base al descubrimiento debe ser guiado por el docente, siendo un colaborador para que el alumno explicita sus ideas y conocimientos, además el docente debe proporcionar información complementaria permitiendo contrastar, enmendar errores y enriquecer los conocimientos que los estudiantes han elaborado para finalmente ayudar a sistematizarlos, estructurarlos y reelaborarlos. Por tanto el rol del docente en particular orienta el proceso de aprendizaje.

7. La optimización de resultados en el círculo de aprendizaje necesita de un clima que mantenga la comunicación y una actitud comprometida frente a las actividades que se están aplicando. Así, si el trabajo es realizado en parejas, como el realizado en el presente trabajo, la conformación de éstas debe ser a libre elección lo cual genera una óptima relación, lo que da espacio a una mayor confianza para exponer ideas y puntos de vista promoviendo un ambiente de interacciones grato en la búsqueda del conocimiento.

8. La limitación de la manipulación de la computadora por parte de un alumno de cada pareja se ve afectada, en ocasiones, cuando los estudiantes presentan tanto niveles de habilidades como tiempo de aprendizaje muy diferenciado provocando que un alumno sea el protagonista y logre los objetivos de cada actividad con mayor profundidad que su compañero, lo cual es necesario ser previsto por el docente, para que éste como tiene conocimiento de los estudiantes, intervenga con el fin de buscar alternativas para aumentar la participación complementaria entre pares.

9. Tanto el proceso de aprendizaje en espacios como el círculo de aprendizaje, y la incorporación de software geométricos, promueve en los estudiantes un mayor interés y disposición frente a los nuevos conocimientos. Esta disposición que los estudiantes presentan apunta fundamentalmente a un factor muy relevante en el aprendizaje como es la motivación, lo que se traduce en un conjunto de intenciones, propuestas y expectativas con la que los estudiantes se aproximan a un cierto conocimiento y da lugar a la adopción

de una cierta disposición. Desde esta perspectiva reflejan entre otros elementos en que los estudiantes se sitúan frente al aprendizaje. Así aprender significativamente establecer relaciones sustantivas entre los nuevos contenidos y los esquemas de conocimientos previos.

10. Las actividades fueron seleccionadas manteniendo como objetivo el desarrollo cognitivo del alumnado, como la utilización del software facilitaba la construcción de los teoremas, se seleccionó la planificación en base a la interpretación, análisis y deducción de propiedades de los ángulos y triángulos. Puesto que el uso del programa geométrico el Geómetra potencia la mente humana en el desarrollo de procesos cognitivos superiores, logrando una perfección mayor en el aprendizaje significativo.

11. La incorporación en el proceso de aprendizaje del software el Geómetra, aumentó la calidad del aprendizaje procedimental del alumnado, lo cual quedó revelado en la aplicación de las evaluaciones, debido a la importancia que se atribuyó al programa por sobre la profundización de aprendizajes conceptuales. El examen inicial y final se aplicó de manera tradicional donde el alumno se encuentre sin la herramienta computacional, trabajando con materiales cotidianos como regla, compás, papel y lápiz.

12. El alumno al conocer los objetivos propuestos para cada actividad logró internamente formular metas comprendiendo en todo momento el proceso de aprendizaje aumentando el compromiso y la percepción de su trabajo con el de sus pares permitiendo recibir críticas, debatir y emitir juicios con mayor claridad, lo cual se ve reflejado en la autonomía que presentan para elaborar el conocimiento.

13. La evaluación requiere estar plenamente afianzada al proceso de enseñanza aprendizaje, puesto que no se busca emitir un juicio numérico frente a la calidad del aprendizaje, sino busca ser una consecuencia de las habilidades desarrolladas durante el proceso por parte del alumnado. A pesar de esta importancia, institucionalmente el círculo de aprendizaje sirvió para acreditar a los estudiantes en la primera Unidad del segundo semestre del SEA-Pátzcuaro.

14. La respuesta final de nuestra pregunta de investigación, a partir de las conclusiones anteriormente mencionadas, plantea que el software El Geómetra se presentó como un instrumento mediador del aprendizaje geométrico a los estudiantes. Demostrando que las interacciones entre los estudiantes y el programa, promueve la autonomía, el razonamiento y la organización de la información, como así priorizar el proceso del pensamiento en la construcción del conocimiento, debido a la posibilidad de visualizar, diseñar objetos y modificarlos, producto de la flexibilidad en la manipulación del programa El

Geómetra; respetando el ritmo de aprendizaje y fomentando la motivación del alumnado. Por otra parte el software requiere de docentes comprometidos para llevar a cabo clases dinámicas y aprovechar las alternativas para aumentar la calidad del proceso de enseñanza y aprendizaje- en cada uno de sus estudiantes.

Por lo tanto estos factores generados por la incorporación del software se cohesionan influyendo favorable y significativamente en el aprendizaje.

B. Sugerencias de aprendizaje de la matemática del segundo semestre en el nivel medio superior

A partir de los resultados obtenidos en el presente estudio, se sugiere a los docentes de matemáticas que implementen las siguientes acciones:

a. Hacer uso sistemático de la tecnología computacional. Para esto, deben aprender a manejar diferente software y también deben prepararse para asumir los cambios didácticos que implica la incorporación de la tecnología en el aula.

b. Se deben emprender acciones de enseñanza que promuevan el desarrollo de aspectos centrales del quehacer matemático. En este sentido, se invita a los profesores de matemáticas que además de enseñar contenidos, también enseñen a sus estudiantes a pensar matemáticamente.

c. Los maestros pueden realizar un proceso enseñanza de las matemáticas que siga cada una de las etapas: diseño, diagnóstico, exploración dinámica y discusión grupal, teniendo en cuenta que, su rol en este proceso, cambia con respecto a la enseñanza tradicional.

d. Las actividades implementadas en el presente estudio, pueden servir para que los profesores de matemáticas hagan diseños sobre otros temas del currículo.

Una propuesta para el aprendizaje de la matemática II en el nivel medio superior incluiría:

a. Diagnosticar: encontrar deficiencias y fortalezas, detectar las concepciones (forma, tamaño, posición) que tiene los estudiantes respecto al tema que se tratara y conocer el dominio de conocimiento sobre aspectos básicos del tema.

b. Análisis de resultados: revisar las respuestas de los estudiantes, verificar los objetivos, identificar los diferentes tipos de soluciones reportadas por los estudiantes e identificar errores y habilidades en los estudiantes

c. Decisiones: seleccionar las actividades, diseñar las actividades, escoger la herramienta de trabajo.

d. Herramientas: estuche de geometría, material manipulable (Tangram, regletas, geoplano, etcétera), calculadora (Básica, científica, Graficadora, Etcétera), y software (Geómetra, Cabri, Descartes, Logo. Excel, etcétera).

e. Resolver problemas y ejercicios: labor individual, alentar a la resolución de problemas de manera libre, el alumno utilice los recursos con los que cuenta para resolver el problema e involucrar algunas de las siguientes características del quehacer matemático como particularizar, buscar patrones, conjeturar, generalizar, revisar la solución.

f. Socialización: comunicar las ideas de manera grupal los avances y resultados obtenidos, discutir los aciertos y errores y hacer sugerencias.

g. Formalización: comunicar los conceptos y propiedades de manera formal y utilizar términos matemáticos

h. Extensión: problema nuevo relacionado con el anterior, explorar nuevas soluciones y profundizar sobre la solución. Para conocer su avance académico con respecto al inicial.

C. Sugerencias para la investigación.

El presente estudio es la pauta para posteriores investigaciones como:

- a. La dificultad que tienen los estudiantes para expresar sus ideas, tanto en forma escrita como oral.
- b. El impacto que tiene la percepción en construcciones de conjeturas sobre teoremas, o construcciones matemáticas en estudiantes del bachillerato y otros niveles académicos.
- c. El impacto que tienen las creencias de los estudiantes, en la solución de problemas sobre otros temas del currículo oficial de matemáticas del bachillerato
- d. Sobre las habilidades del pensamiento matemático a desarrollar con estudiantes del nivel medio superior
- e. Las características del pensamiento geométrico de los docentes del bachillerato
- f. Los tipos de creencias de los docentes sobre el uso de la tecnología en las asesorías de matemáticas del bachillerato

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- Alonso, J. (1994). *Características de cada estilo*. Barcelona: Paidós
- Balacheff, N. y Kaput, J. (1996). *Computer Based Environments in mathematics*. New York: Kluwer Academic Publishers.
- Benítez, D. (1992). *Algunos aspectos relativos al cardinal de una topología definida sobre un conjunto finito*. Tesis de Licenciatura. Ibagué: Universidad del Tolima.
- Benítez, D. (1998). *La importancia que tiene percibir la estructura superficial o profunda en el proceso de solución*. Tesis de Maestría. Departamento de matemática Educativa. México D.F.: CINVESTAV-I.P.N.
- Cabero J. (2001). *Tecnología educativa. Diseño y utilización de medios en la enseñanza*. Barcelona: Paidós.
- Cabero, J. (2000). *Nuevas tecnologías aplicadas a la educación*. Madrid: Síntesis.
- COBAEM (2005) Antecedentes históricos. Recuperado en: http://www.cobamich.edu.mx/acceso/archivos/antecedente_historicoscobaem.pdf. (19/07/2012).
- COBAEM (2005). Datos estadísticos. Recuperado en: <http://www.cobamich.edu.mx/acceso/> (17/06/2012).
- Coll, C. (1990). *Significado y sentido en el aprendizaje escolar. Reflexiones en tomo al concepto de aprendizaje significativo*. En C. Coll, *Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento*. Barcelona: Paidós Educador.
- Colegio de Bachilleres del Estado de Michoacán Gaceta. Órgano Oficial de Información(2004). *Bachilleres*. Morelia: COBAEM.
- Correa, J., Cruz, M., Razo, D. (2002). *El proceso de enseñanza-aprendizaje de las propiedades del triángulo con CabriGeometre*. Morelia: CIIDET.
- De Guzmán M. (1994). *Para pensar mejor*. Madrid: Ediciones Pirámide.
- De Guzmán, M. (1993). *Enseñanza de las ciencias y de las matemáticas*. Madrid: Editorial Popular.
- Díaz, A. F. (1993). *Tarea Docente. Una Perspectiva didáctica grupal y social*. México: Nueva Imagen.
- Díaz, A. F. y Hernández, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo Una interpretación constructivista*. México: Mc Graw Hill.
- Díaz, F. y Lule, M. L. (1978). *Efectos de las Estrategias preinstruccionales en alumnos de secundaria de diferentes niveles socioeconómicos*. Tesis de licenciatura. México: Facultad de Psicología, UNAM.
- Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: cognitive function in mathematical thinking. Basic issues for learning. In Hitt, F. y Santos, M. (Eds.) *Proceedings of the Twenty First Annual Meeting, North American Chapter of the International Group for the Psychology of the Mathematical Education*. New York: ERIC
- El siglo XXI y la educación (2005). Recuperada en: <http://www.observatorio.org/colaboraciones/nava/navaS.html> (14/04/2012).

- Esteve J. M. (2003). *La tercera revolución educativa. La educación en la sociedad del conocimiento. Capítulo: Los retos del futuro.*, Barcelona: Ed. Paidós.
- Estrada, J. (1998). *La formulación o reformulación de problemas como una actividad fundamental en el aprendizaje de las matemáticas.* Tesis de Doctorado. Departamento de Matemática Educativa. México D.F., CINVESTAV-I.P.N.
- García L. (2001). *La educación a distancia. De la teoría a la práctica.* Barcelona: Ariel.
- Garibay D. (2003). Colegio de bachilleres del Estado de Michoacán. Manual operativo de una Unidad del SEA. Morelia: COBAEM.
- Gasca M. A. (2005). *Las Tecnologías de Información en la Comunicación Educativa en la Educación a Distancia en la UNAM: Estudio de Caso.* México D.F. : Universidad del Tepeyac.
- Goldin, A. (2000). *A Scientific Perspective on Structured, Task-Based Interviews in Mathematics Education Research* .In Kelly, A & Lesh, R. (2000). *Handbook of research Design in Mathematics Education.* New York: Wesley.
- Hilbert, D. (1900). *Mathematical Problems.* Lecture delivered before the International Congress of Mathematicians. Paris: Fígaro.
- Hitt, F. (1996). *Sistemas semióticos de representación del concepto de función y su relación con problemas epistemológicos y didácticos.* En *Investigaciones en Matemática Educativa*, Editor F. Hitt, 1996, México D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Honey P. y Gallego D. (1994). *Los estilos de aprendizaje: procedimientos de diagnóstico y mejora.* Bilbao: Ediciones Mensajero.
- Hurtado, J. (1999). *Investigación educativa: fundamentos y metodología.* Barcelona: Labor
- Hurtado, J. (2000). *Metodología de la investigación Holística.* Caracas: fundación Sypal.
- Kaput, J., (1987). *Representation System and Mathematics.* In C. Janvier (edt.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics.* Hillsdale NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Laborde, C. (1995). *Designing Task for Learning Geometry and Computer - Based Environment,* en Burton, L. y Jaworsky, B. (Eds.) *Technology in Mathematics Teaching. A bridge between teaching and learning.* Sweden: Chartwe-Bratt
- Mason, J., Burton, L., y Stacey K. (1987). *Thinking Mathematically.* New York: Addison Wesley.
- Méndez, M. *Medios y estrategias instruccionales para el tutor en educación a distancia Decisiones y Saberes para la acción en educación de adultos.* México D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Moreno, L. y Santos, L. M. (1999). *The use of hand calculators a cognitive tools in mathematical problem solving.* In *Hand -Held technology in mathematics and Science Education: A collection papers.* Ohio: Laughbaum, E.

- Moreno, L. y Sacristán, A.I. (1996). Representaciones y aprendizaje. En *investigaciones en Matemática Educativa*, Editor F. Hitt. México D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Moreno, L. y Santos, L.M. (2001). *De la herramienta al instrumento: una perspectiva informática. Educación Matemática*. México D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica.
- NCTM (1980). *Problem Solving in School Mathematics (1980 Year Book, S. Krulik, Ed)*. Reston VA: NCTM.
- NCTM (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- NCTM (1995). *Assessment Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Ochoa S. (2002). *Calidad de la Educación y Práctica Escolar*. Morelia: Universidad Michoacana.
- Peón, R. (2005). Estrategias para educación a distancia. Recuperada en: www.uson.mx/unison/educadis (11/07/2012).
- Polya, G. (1947). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.
- Pozo J. I. (1990). *Estrategias de Aprendizaje*. En C. Coll, J. Palacios y A Marchesi (eds.). *Desarrollo y Educación. Psicología de la Educación*. Madrid: Alianza.
- Prieto, D. (1995). *Mediación Pedagógica y Nuevas Tecnologías*. Bogotá; ICES.
- Rico, L. (1997). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria. En Rico, L (1997) (Eds.). *La Educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona. Horsori.
- Ríos Pineda Leodegano y Álvarez A Luis Marat (1986). *Didáctica Moderna de las Ciencias Naturales, Formalización y Actualización Docente*. México D.F.: Ed. Rial.
- Román M. y Díez López Eloísa (2000). *Aprendizaje y Currículo, Diseños Curriculares Aplicados*. Buenos Aires: Ediciones Novedades Educativas.
- Salles, J. (1988). TI 92 Retroprojetee outil D'Aide a L'introduction D'Une notion, a la conjecture, a la découverte de propriétés. En Guin, D. (Eds.). *Calculatrices symboliques et géométriques dans l'enseignement des mathématiques. Actes du colloque francophone européen de La Grande- Motte*. Montpellier: Figaro.
- Sanhueza, G. (2005). Paradigmas. Recuperada en: http://www.espaciológopedico.com/articulos2.asp?id_artículo=264 (12/03/2012).
- Santos, L. M. (1993). *La naturaleza de las matemáticas y sus implicaciones didácticas, Mathesis*. México D.F.: CINVESTAV-IPN.
- Santos, L. M. (1998). Problematizar el estudio de las matemáticas: Un aspecto esencial en la organización del currículo y en el aprendizaje de los estudiantes. México D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica.

- Santos, T. L. (2000a). Students' Approaches to the Use of Technology in Mathematical Problem Solving. *Twenty. Second Annual Meeting, North American Chapter of the International Group for the Psychology of the Mathematics Education. Working Group Representation and Mathematics Visualization*. Tucson: Wesley.
- Santos, T. L. (2000b). *The Use of Representations as a Vehicle to Promote Students' Mathematical Thinking in Problem Solving. The international Journal of Computer in Algebra in Mathematics Education*. México D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Santos, T. L. y Benítez, D. (2000). El uso espontáneo de representaciones y la importancia de las estrategias meta cognitivas para el entendimiento y la solución de problemas. En Hitt, F. y Hernández, A. (Eds.). *Experimentaciones en Educación Matemática*. México D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Sarramona, G. (2008). *Técnicas de investigación en ciencias sociales*. Madrid: Dykinson.
- Schoenfeld, A. (1989). Explorations of Students Mathematical Belief and Behavior. *Journal for Research in Mathematics Education*. New York: NCTM.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to Thinking Mathematically: Problem Solving, metacognition and sense making in mathematics. In D. Grouws (Eds.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: NCTM.
- SEP (1997). *Libro para el maestro de matemáticas*. México D.F.: SEP.
- Solana, F. (2000). *Educación ¿Para qué? La Educación Permanente*. México: Noriega Editores. Fondo Mexicano para la Educación y el Desarrollo AC.
- Suárez, F. (2002), *Cap. 2. Educación a distancia En Una auto educación dirigida: metodología y técnicas*. Ecuador: Escuela Politécnica del Ejército.
- Torres, M. (2003). *La cultura del ambiente de aprendizaje*. Barcelona: Paidós.
- Universidad Pedagógica experimental Libertador, (2006). Caracas: UPEL.
- UNIVERSIDADES, (2005). Colaboraciones educativas. La Evolución De la Educación en México como Proceso Social. Recuperada en: <http://www.universidadabierta.edu.mx/Biblio/L/Lagunes%20Fidel-%20en%20Mexico.htm> (11/07/2012).
- Ursini, S. y Trigueros, M. (1998). Dificultades de los estudiantes universitarios frente al concepto de variable. México D.F.: *Grupo Editorial Iberoamérica*.
- Valencia M. y Velázquez L. (2001). Antología de Curso Taller: *Fundamentos de la Práctica Docente en el SEA*; Artículo de Curso Taller de Educación a Distancia. Morelia: COBAEM.
- Wenzelburger, E. (1992). *La Matemática Contemporánea y su Papel en la Enseñanza de del Nivel Medio Superior. Educación Matemática*. México D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica.

ANEXOS.

1. Cuestionario Diagnóstico y final.
2. Cuestionario para encuesta Honey-Alonso.
3. Manual de El Geómetra.
4. Manual de actividades del círculo de aprendizaje.

**COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE MICHOACÁN
SEA-UNIDAD PÁTZCUARO.**

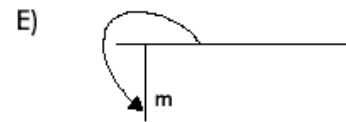
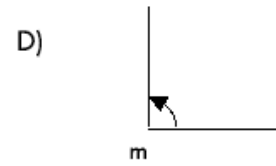
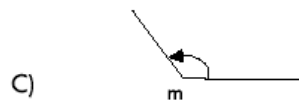
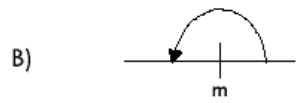
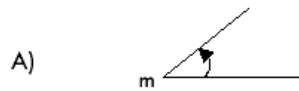
Prueba de diagnóstico y final de los temas de triángulos y ángulos.

Nombre:

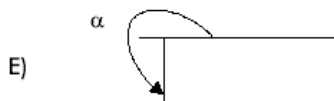
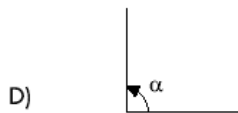
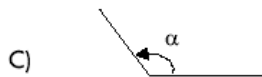
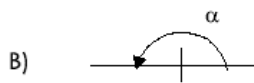
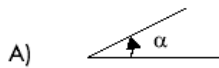
Fecha:

INSTRUCCION. Elige la opción que conteste correctamente las siguientes cuestiones.

1. Abertura formada por dos rectas con un mismo origen llamado vértice.
A) Paralelas
B) Plano
C) Ángulo
D) Triángulo
E) Perpendiculares
2. ¿Qué nombre recibe la unidad de medida que sirve para calcular la abertura de un ángulo?
A) Centímetro
B) Grado
C) Metro
D) Milímetro
E) Kilómetro
3. Otra unidad de medida que puede tener un ángulo.
A) el radian.
B) la longitud.
C) el peso.
D) la masa.
E) el radio.
4. ¿Cómo se escribe en notación matemática 35 grados 12 minutos y 6 segundos?
A) $35^{\circ} 6' 12''$
B) $35^{\circ} 12' 6''$
C) $35^{\circ} 12.6''$
D) $35^{\circ} 6' 12''$
E) $35^{\circ} 12' 60''$
5. ¿Cuál de las siguientes figuras corresponde a un ángulo de 90° ?



6. ¿Cuál de las siguientes figuras representa el ángulo α que mide 180° ?



7. El ángulo que es menor a 90° o a un cuarto de vuelta, se denomina...

- A) llano.
- B) recto.
- C) agudo.
- D) obtuso.
- E) cóncavo.

8. Como se llama el ángulo que mide 90° ?

- A) Recto
- B) Agudo
- C) Obtuso
- D) Cóncavo
- E) Llano

9. El ángulo que es mayor a 90° , pero menor a 180° , se conoce como...

- A) llano.
- B) obtuso.

- C) recto.
- D) cóncavo.
- E) agudo.

10. Ángulo que mide 180° .

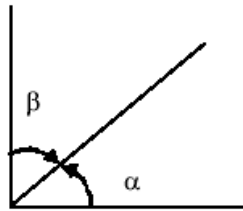
- A) agudo
- B) recto
- C) obtuso
- D) cóncavo
- E) llano

11. Nombre que recibe el ángulo que es mayor a 180° pero menor a 360° .

- A) Obtuso
- B) Cóncavo
- C) Llano
- D) Agudo
- E) Recto

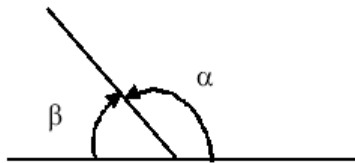
12. ¿Si el valor de β es de 35° , cuál es el valor del ángulo α ?

- A) 145°
- B) 125°
- C) 55°
- D) 15°
- E) 10°



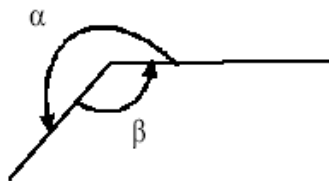
13. Si el valor de α es de 125° ¿cuál es el valor del ángulo β ?

- A) 180°
- B) 150°
- C) 100°
- D) 55°
- E) 25°



14. Si el valor de α es de 220° ¿cuál es el valor del ángulo β ?

- A) 50°
- B) 100°
- C) 140°
- D) 270°
- E) 360°



15. ¿Qué nombre recibe la figura geométrica determinada por tres rectas, que se cortan en tres puntos diferentes?

- A) Cuadrado
- B) Triángulo
- C) Rectángulo
- D) Rombo
- E) Trapecio

16. ¿Qué nombre recibe el triángulo cuyos tres lados son desiguales?

- A) Equiángulo
- B) Equilátero
- C) Acutángulo
- D) Isósceles
- E) Escaleno

17. ¿Qué nombre recibe el triángulo que tiene dos lados iguales?

- A) Isósceles
- B) Acutángulo
- C) Equilátero
- D) Rectángulo
- E) Obtusángulo

18. Triángulo que tiene sus tres lados iguales.

- A) Escaleno
- B) Equilátero
- C) Rectángulo
- D) Obtusángulo
- E) Isósceles

19. Triángulo que tiene un ángulo recto.

- A) Equilátero
- B) Acutángulo
- C) Escaleno
- D) Equiángulo
- E) Rectángulo

20. ¿Qué nombre recibe el triángulo que tiene tres ángulos agudos?

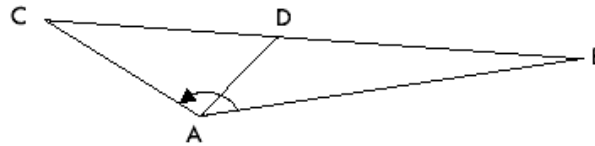
- A) Acutángulo
- B) Isósceles
- C) Rectángulo
- D) Equiángulo
- E) Obtusángulo

21. Triángulo que tiene un ángulo obtuso.

- A) Rectángulo
- B) Acutángulo
- C) Isósceles
- D) Escaleno
- E) Obtusángulo

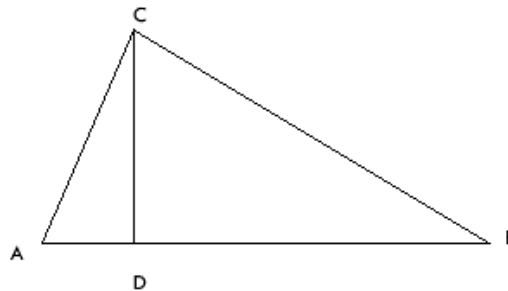
22. En el siguiente triángulo: “el segmento de recta AD que biseca el ángulo A y llega hasta el lado opuesto de la recta CB, se define como...”

- A) mediana.
- B) mediatriz.
- C) bisectriz.
- D) altura.
- E) media.



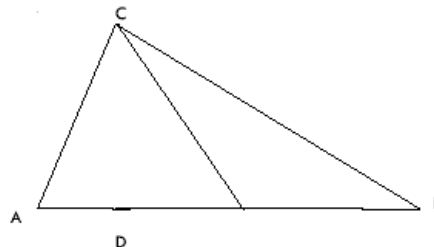
23. En el siguiente triángulo: “el segmento de recta CD que parte del vértice C y que es perpendicular al lado AB”, se define como...”

- A) bisectriz.
- B) altura.
- C) mediana.
- D) mediatriz.
- E) media.



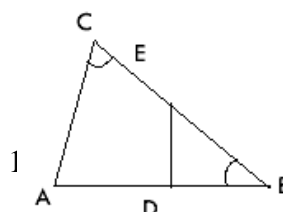
24. En el siguiente triángulo: “el segmento de recta CD que parte del vértice C hasta el punto medio del lado AB”, se define como...”

- A) altura.
- B) bisectriz.
- C) mediatriz.
- D) mediana.
- E) media.



25. En el siguiente triángulo: “el segmento de recta DE que parte del punto medio del lado AB en forma perpendicular” se define como...”

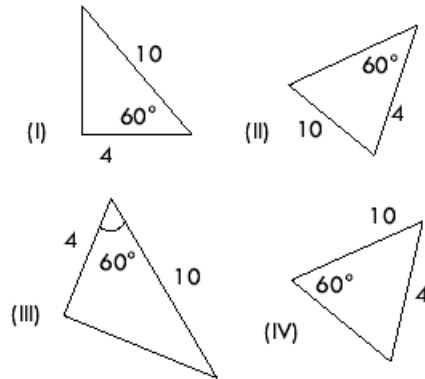
- A) mediatriz.
- B) mediana.
- C) altura.



- D) bisectriz.
- E) media.

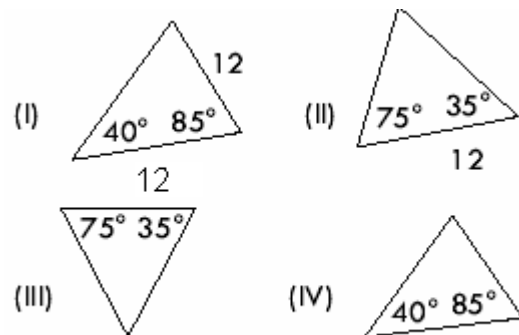
26. Qué triángulos son congruentes de acuerdo al postulado I. a. I

- A) II y IV
- B) I y III
- C) I y II
- D) III y IV
- E) I y IV



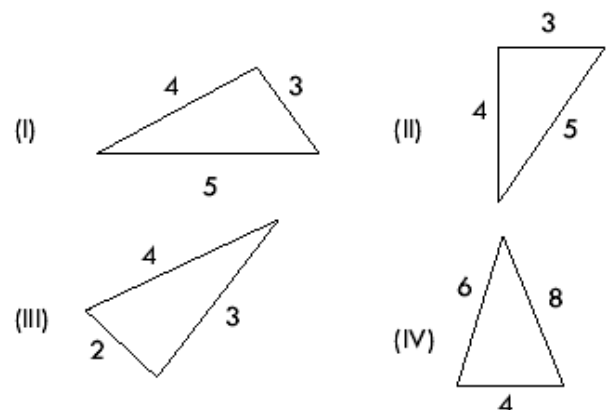
27. Qué triángulos son congruentes de acuerdo al postulado a. I. a.

- A) I y II
- B) II y IV
- C) II y III
- D) I y III
- E) I y IV



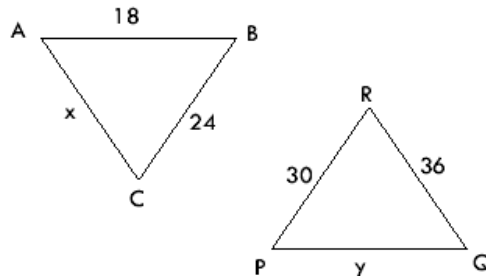
28. Qué triángulos son congruentes de acuerdo al postulado I. I. I.

- A) II y IV
- B) II y III
- C) I y III
- D) I y IV
- E) I y II



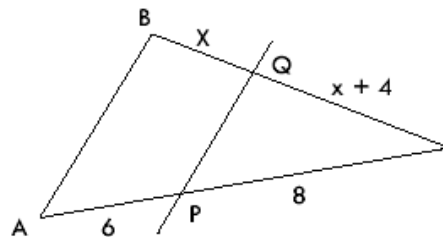
29. Apoyándote en el concepto de semejanza de triángulos, encuentra el valor de las incógnitas “x” y “y”.

- A) $x = 28.8$ $y = 23.5$
- B) $x = 45$ $y = 14.4$
- C) $x = 28.8$ $y = 40$
- D) $x = 20$ $y = 27$
- E) $x = 27$ $y = 20$



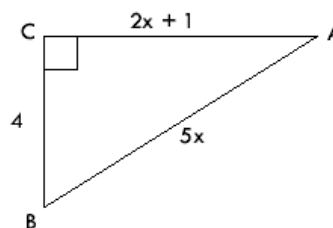
30. Empleando el teorema de Tales de Mileto: “las rectas AB y PQ son paralelas “. Calcula el valor de “x”, empleando la proporcionalidad correspondiente.

- A) 50
- B) 26
- C) 12
- D) 4
- E) 1



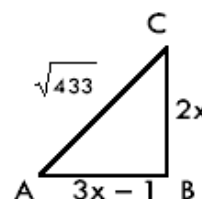
31. Para el siguiente triángulo calcula: el valor de “x”, el valor faltante del cateto y la hipotenusa.

- A) $AB = 5$ $AC = 3$
- B) $AB = 6$ $AC = 4$
- C) $AB = 10$ $AC = 8$
- D) $AB = 16$ $AC = 14$
- E) $AB = 18$ $AC = 16$



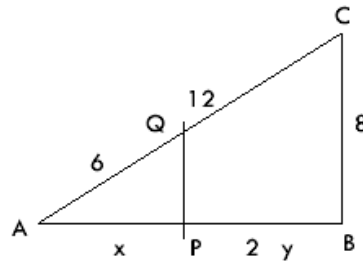
32. Observa el siguiente triángulo y calcula la medida de los lados AB, BC y AC. ¿Cuál es la medida de los lados del triángulo?

- A) $AB = 13.4$ $BC = 9.6$ $AC = 12.04$
- B) $AB = 17$ $BC = 12$ $AC = 12.04$
- C) $AB = 15$ $BC = 10.7$ $AC = 145$
- D) $AB = 6.8$ $BC = 5.2$ $AC = 145$



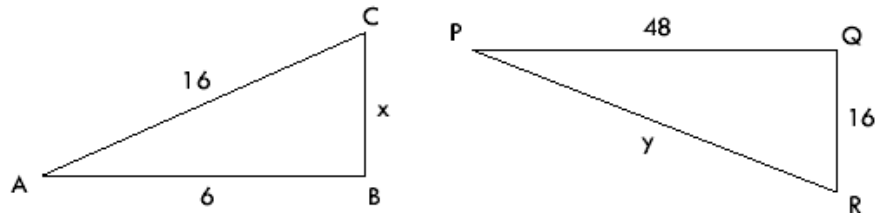
33. Empleando el teorema de Tales de Mileto: “las rectas CB y PQ son paralelas”, calcula los valores de las incógnitas empleando la proporcionalidad correspondiente.

- A) $x = 1$ $y = 2.6$
- B) $x = 4$ $y = 16$
- C) $x = 6$ $y = 24$
- D) $x = 1$ $y = 1.3$
- E) $x = 4$ $y = 4$



34. Apoyándote en el concepto de semejanza de triángulos, encuentra el valor de las incógnitas.

- A) $x = 6$ $y = 2$
- B) $x = 2$ $y = 128$
- C) $x = 48$ $y = 2$
- D) $x = 128$ $y = 2$
- E) $x = 2$ $y = 48$



CLAVE DE RESPUESTAS
EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

Ángulos.

- 1. C
- 2. B
- 3. A
- 4. B
- 5. D
- 6. B
- 7. C
- 8. A
- 9. B
- 10. E
- 11. B
- 12. C
- 13. D
- 14. C

Triángulos.

- 15. B
- 16. E

17. A

18. B

19. E

20. A

21. E

22. C

23. B

24. D

25. A

Congruencia.

26. B

27. C

28. E

Teorema de Pitágoras.

29. D

Tales de Mileto.

30. C

Teorema de Pitágoras.

31. A

Tales de Mileto.

32. B

33. A

34. B

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE MICHOACÁN SEA-PÁTZCUARO.

CHAEA

Cuestionario Honey - Alonso de Estilos de Aprendizaje:

INSTRUCCIONES PARA RESPONDER AL CUESTIONARIO:

Este cuestionario ha sido diseñado para identificar su Estilo preferido de Aprendizaje. No es un test de inteligencia ni de personalidad.

No hay límite de tiempo para contestar al Cuestionario. No le ocupará más de 15 minutos.

No hay respuestas correctas o erróneas. Será útil en la medida que sea sincero/a en sus respuestas.

Si está más de acuerdo que en desacuerdo con el item ponga un signo más (+), si, por el contrario, está más en desacuerdo que de acuerdo, ponga un signo menos (-).

Por favor conteste a todos los items.

El Cuestionario es anónimo. Para facilitar el análisis del grupo le rogamos que responda a las preguntas de índole socioacadémicas.

Muchas gracias.

Datos socioacadémicos para estudiantes :

01.- Escuela en la que estudia:

02.- Definición profesional/s que cursa:

Plan de estudio (anterior o nuevo) :

Número de materias:

aprobadas:

reprobadas:

03 - Edad:

04.- Sexo:

05.- Lugar de nacimiento:

06.- Profesión del padre:

07.- Estudios del padre:

08.- Profesión de la madre:

09.- Estudios de la madre:

10.- Número de hermanos:

11 - Además de estudiar, trabajo en:

14.- En la Escuela Media tenía las notas más altas en:

15.- En la Escuela Media tenía las notas más bajas en:

**COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE MICHOACÁN.
SEA-PÁTZCUARO.**

CHAEA

Cuestionario Honey - Alonso de Estilos de Aprendizaje:

Cuestión	Más (+)	Menos (-)
1. Tengo fama de decir lo que pienso claramente y sin rodeos.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. Estoy seguro/a de lo que es bueno y lo que es malo, lo que está bien y lo que está mal.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. Muchas veces actúo sin mirar las consecuencias.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4. Normalmente trato de resolver los problemas metódicamente y paso a paso.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5. Creo que los formalismos coartan y limitan la actuación libre de las personas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6. Me interesa saber cuáles son los sistemas de valores de los demás y con qué criterios actúan.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7. Pienso que el actuar intuitivamente puede ser siempre tan válido como actuar reflexivamente.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8. Creo que lo más importante es que las cosas funcionen.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9. Procuro estar al tanto de lo que ocurre aquí y ahora.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10. Disfruto cuando tengo tiempo para preparar mi trabajo y realizarlo a conciencia.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
11. Estoy a gusto siguiendo un orden, en las comidas, en el estudio, haciendo ejercicio regularmente.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12. Cuando escucho una nueva idea enseguida comienzo a pensar cómo ponerla en práctica.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
13. Prefiero las ideas originales y novedosas aunque no sean prácticas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
14. Admito y me ajusto a las normas sólo si me sirven para lograr mis objetivos.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
15. Normalmente encajo bien con personas reflexivas, y me cuesta sintonizar con personas demasiado espontáneas, imprevisibles.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
16. Escucho con más frecuencia que hablo.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
17. Prefiero las cosas estructuradas a las desordenadas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
18. Cuando poseo cualquier información, trato de interpretarla bien antes de manifestar alguna conclusión.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

19. Antes de hacer algo estudio con cuidado sus ventajas e inconvenientes.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
20. Me crezco con el reto de hacer algo nuevo y diferente.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
21. Casi siempre procuro ser coherente con mis criterios y sistemas de valores. Tengo principios y los sigo.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
22. Cuando hay una discusión no me gusta ir con rodeos.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
23. Me disgusta implicarme afectivamente en mi ambiente de trabajo. Prefiero mantener relaciones distantes.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
24. Me gustan más las personas realistas y concretas que las teóricas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
25. Me cuesta ser creativo/a, romper estructuras.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
26. Me siento a gusto con personas espontáneas y divertidas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
27. La mayoría de las veces expreso abiertamente cómo me siento.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
28. Me gusta analizar y dar vueltas a las cosas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
29. Me molesta que la gente no se tome en serio las cosas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
30. Me atrae experimentar y practicar las últimas técnicas y novedades	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
31. Soy cauteloso/a a la hora de sacar conclusiones.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
32. Prefiero contar con el mayor número de fuentes de información. Cuantos más datos reúna para reflexionar, mejor.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
33. Tiendo a ser perfeccionista.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
34. Prefiero oír las opiniones de los demás antes de exponer la mía.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
35. Me gusta afrontar la vida espontáneamente y no tener que planificar todo previamente.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
36. En las discusiones me gusta observar cómo actúan los demás participantes.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
37. Me siento incómodo/a con las personas calladas y demasiado analíticas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
38. Juzgo con frecuencia las ideas de los demás por su valor práctico.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
39. Me agobio si me obligan a acelerar mucho el trabajo para cumplir un plazo.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
40. En las reuniones apoyo las ideas prácticas y realistas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
41. Es mejor gozar del momento presente que deleitarse pensando en el pasado o en el futuro.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
42. Me molestan las personas que siempre desean apresurar las cosas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
43. Aporto ideas nuevas y espontáneas en los grupos de discusión.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
44. Pienso que son más consistentes las decisiones fundamentadas en un minucioso análisis que las basadas en la intuición.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
45. Detecto frecuentemente la inconsistencia y puntos débiles en las argumentaciones de los demás.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
46. Creo que es preciso saltarse las normas muchas más veces que cumplirlas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

47. A menudo caigo en la cuenta de otras formas mejores y más prácticas de hacer las cosas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
48. En conjunto hablo más que escucho.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
49. Prefiero distanciarme de los hechos y observarlos desde otras perspectivas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
50. Estoy convencido/a que debe imponerse la lógica y el razonamiento.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
51. Me gusta buscar nuevas experiencias.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
52. Me gusta experimentar y aplicar las cosas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
53. Pienso que debemos llegar pronto al grano, al meollo de los temas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
54. Siempre trato de conseguir conclusiones e ideas claras	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
55. Prefiero discutir cuestiones concretas y no perder el tiempo con charlas vacías.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
56. Me impaciento cuando me dan explicaciones irrelevantes e incoherentes.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
57. Compruebo antes si las cosas funcionan realmente.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
58. Hago varios borradores antes de la redacción definitiva de un trabajo.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
59. Soy consciente de que en las discusiones ayudo a mantener a los demás centrados en el tema, evitando divagaciones.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
60. Observo que, con frecuencia, soy uno/a de los/as más objetivos/as y desapasionados/as en las discusiones.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
61. Cuando algo va mal, le quito importancia y trato de hacerlo mejor.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
62. Rechazo ideas originales y espontáneas si no las veo prácticas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
63. Me gusta sopesar diversas alternativas antes de tomar una decisión.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
64. Con frecuencia miro hacia adelante para prever el futuro.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
65. En los debates y discusiones prefiero desempeñar un papel secundario antes que ser el/la líder o el/la que más participa.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
66. Me molestan las personas que no actúan con lógica.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
67. Me resulta incómodo tener que planificar y prever las cosas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
68. Creo que el fin justifica los medios en muchos casos.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
69. Suelo reflexionar sobre los asuntos y problemas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
70. El trabajar a conciencia me llena de satisfacción y orgullo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
71. Ante los acontecimientos trato de descubrir los principios y teorías en que se basan.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
72. Con tal de conseguir el objetivo que pretendo soy capaz de herir sentimientos ajenos.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
73. No me importa hacer todo lo necesario para que sea efectivo mi trabajo.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
74. Con frecuencia soy una de las personas que más anima las fiestas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
75. Me aburro enseguida con el trabajo metódico y minucioso.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

76. La gente con frecuencia cree que soy poco sensible a sus sentimientos	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
77. Suelo dejarme llevar por mis intuiciones.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
78. Si trabajo en grupo procuro que se siga un método y un orden.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
79. Con frecuencia me interesa averiguar lo que piensa la gente.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
80. Esquivo los temas subjetivos, ambiguos y poco claros.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

PERFIL DE APRENDIZAJE

- 1- Rodee con una línea cada uno de los números que ha señalado con un signo más (+).
- 2- Sume el número de círculos que hay en cada columna.
- 3- Coloque estos totales en los casilleros inferiores y así comprobará cuál es su Estilo o Estilos de Aprendizaje predominantes.

I	II	III	IV
ACTIVO	REFLEXIVO	TEÓRICO	PRAGMÁTICO
3	10	2	1
5	16	4	8
7	18	6	12
9	19	11	14
13	28	15	22
20	31	17	24
26	32	21	30
27	34	23	38
35	36	25	40
37	39	29	47
41	42	33	52
43	44	45	53
46	49	50	56
48	55	54	57
51	58	60	59
61	63	64	62
67	65	66	68
74	69	71	72
75	70	78	73
77	79	80	76

**COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE MICHOACÁN
SEA-PÁTZCUARO.**

MANUAL DEL GEÓMETRA PARA EL CÍRCULO DE APRENDIZAJE.

Nombre:

Edad:

Este software está dirigido a los estudiantes del bachillerato, teniendo en cuenta un mínimo de conocimientos obligatorios.

El Geómetra es un programa para concretar relaciones, explorar construcciones y comprobar propiedades y teoremas enseñados en el aula, es decir es una herramienta educativa que permite la exploración de la geometría

Para comenzar a trabajar con el Geómetra una vez instalado en el computador solo se debe hacer doble clic en icono de Geómetra y aparecerá la pantalla principal



A continuación se dará a conocer la descripción y funciones de cada uno de los iconos y barras del software.

FLECHAS DE SELECCION

La paleta de flechas de selección contiene flechas que seleccionan y transforman los objetos. El método de selección de los objetos con todas estas herramientas es el mismo, pero cada una hace un tipo de transformación diferente.



Trasladar selecciona objetos y mueve lo seleccionado sin cambiar su tamaño u orientación.



Rotar selecciona los objetos y da vuelta a lo seleccionado en torno a un punto marcado con anterioridad como centro de rotación. (Use Marcar Centro del menú Transformar para marcar el centro).



Dilatar selecciona y encoge o estira lo seleccionado, acercándose o alejándose de un punto anteriormente marcado como el centro de dilatación. (Use Marcar Centro de menú Transformar para marcar el centro).

Para escoger una herramienta de la paleta de herramienta de selección se debe mover el puntero a la flecha de selección activa, en la ventanilla de herramientas, luego sujete el botón del ratón y la paleta mostrará las alternativas de herramienta de selección y finalmente arrastre para resaltar la herramienta que quiere usar.

LA HERRAMIENTA DE PUNTOS

Use esta herramienta para crear puntos en cualquier lugar del plano o en objetos existentes.



Si el punto está sobre un objeto, permanecerá en ese objeto durante cualquier transformación sufrida por el punto u objeto. Si el punto se encuentra en la intersección de dos objetos, el punto permanecerá en la intersección mientras los objetos sufren cambios. Puede presionar F5 para elegir la herramienta de puntos.

Para crear los puntos debe elegir la herramienta de puntos en la Ventanilla de herramientas, desplazar el puntero al plano de dibujos y hacer clic para colocar el punto.

LA HERRAMIENTA DE COMPAS

Esta herramienta construye círculos en torno a un punto en el centro del círculo y otro en su circunferencia.



Puede crear círculos con el método de arrastre: el punto en donde presione el botón del ratón define el centro del círculo, y el punto donde lo suelte determina el radio. Puede presionar F6 para elegir la herramienta de compás.

Para dibujar un círculo se debe elegir la ventanilla de compás en la Ventanilla de herramientas, desplazar el puntero al plano de dibujos, sujetar el botón del ratón donde quiere definir el centro del círculo y con el botón del ratón presionado se debe arrastrar hasta que el círculo adquiriera el tamaño deseado.



LAS HERRAMIENTAS DE REGLAS

Estas herramientas crean objetos rectilíneos: segmentos, semirrectas y rectas.



Segmento objeto rectilíneo definido por dos puntos terminales: el punto donde primero presione el botón del ratón y aquel en donde se suelte.



Semirrecta objeto rectilíneo definido por un punto terminal en donde

primero se presiona el botón del ratón y un punto donde se suelte éste. La semirrecta se extiende hasta el infinito en la dirección en que se arrastra.



Recta objeto rectilíneo definido por dos puntos: el punto en donde primero se presione el botón del ratón y el punto en donde se lo suelte. La recta se extiende en dos direcciones.

Puede presionar F7 para elegir una herramienta de regla. Para elegir la herramienta de la paleta de herramienta de regla se debe desplazar el puntero hasta la herramienta de regla activa en la Ventanilla de herramientas, sujete el botón del ratón (la paleta mostrará las herramientas de la regla) y luego arrastre para resaltar la herramienta que desea usar.

LA HERRAMIENTA DE TEXTO

Esta herramienta muestra, oculta y mueve los rótulos de los objetos.



Crea anotaciones, le permite editar el texto existente y especificar si un rótulo se usará en un guión. El Geómetra rotula todo objeto en el orden de su creación. Puede usar la herramienta de texto para mostrar como para ocultar estos rótulos.

Para mostrar el rótulo de un objeto se debe elegir la herramienta de texto de la Ventanilla de herramientas, desplazar el puntero al área de dibujos (convirtiéndose el puntero en una mano), indicar un objeto con el puntero (el puntero en forma de mano se vuelve negro) y hacer clic en el objeto.

LA HERRAMIENTA DE INFORMACION ACERCA DEL OBJETO



Esta herramienta provee tres niveles de información acerca de objetos:

Una lista de selecciones que demuestra todos los objetos seleccionados en el orden de su selección, globos de resumen con información sucinta sobre cualquier objeto visible en el dibujo, y diálogos de información con información más detallada acerca de los objetos, sus antecedentes y sus descendientes. Puede presionar F9 para acceso a la herramienta Información acerca del objeto.

A continuación se describirán los comandos que entrega el Geómetra, considerando que existen algunos ya conocidos para los usuarios de Windows por lo que se omitirán.

EL MENU DE ARCHIVO

El menú Archivo contiene comandos para abrir, guardar y usar los archivos de guiones y dibujos.

N <u>u</u> evo D <u>ib</u> ujo	Ctrl+N
Nuevo <u>G</u> u <u>í</u> on	
<u>A</u> brir...	Ctrl+O
<hr/>	
<u>G</u> uardar	Ctrl+S
Guardar <u>C</u> omo...	
<u>C</u> errar	Ctrl+F4
<hr/>	
<u>P</u> resentación Preliminar...	
<u>I</u> mprimir	
<hr/>	
<u>S</u> alir	Alt+F4

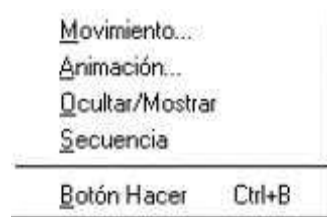
EL MENU EDITAR El menú Editar contiene comandos para deshacer y volver a hacer actividades de El Geómetra, para usar portapapeles, para vincular e incrustar objetos, y para ocultar y mostrar el portapapeles. El menú Editar también permite crear botones de acción, seleccionar objetos geométricos, y controlar la visibilidad de la Ventanilla de herramientas, comentarios de guión y Portapapeles.

<u>D</u> eshacer Dibujar C <u>í</u> rculo	Ctrl+Z
<u>R</u> ehacer	Ctrl+R
<hr/>	
<u>C</u> ortar	Ctrl+X
<u>C</u> opiar	Ctrl+C
<u>P</u> egar	Ctrl+V
Pegar <u>V</u> ínculo	
<u>B</u> orrar	Ctrl+Del
<hr/>	
<u>B</u> otón de Acción	▶
<hr/>	
Seleccionar <u>T</u> odo	Ctrl+A
Seleccionar Antecedentes	Ctrl+U
Seleccionar Descendientes	Ctrl+D
<hr/>	
<u>V</u> ínculos...	
Insertar <u>O</u> bjeto...	
<hr/>	
Ocultar <u>H</u> erramientas	
<u>M</u> ostrar Portapapeles	

Pegar Vínculo: Éste comando pega el contenido del Portapapeles en el dibujo activo, y lo que sea que se pegue permanece vinculado al archivo de origen. Pegar Vínculo le permite pegar el mismo objeto en varios lugares en el mismo dibujo. O bien, en diversos dibujos, o en un archivo de dibujos o de procesador

de palabras. Puesto que todos los dibujos están vinculados al archivo de origen, todos estos permanecen idénticos.

Botón de Acción



Este menú en cascada crea y manipula botones de acción que son formas abreviadas y potentes para secuencias complejas de acción: Movimiento crea un botón mover que mueve uno o más puntos a los destinos especificados en su dibujo. Animación el proceso de crear un botón animar es igual al de iniciar una Mostrar uno oculta los objetos seleccionados y el otro los muestra una vez que se hayan ocultado. Secuencia sincroniza las acciones de los otros botones seleccionados son útiles para crear dibujos de presentaciones. Hacer lleva a cabo la acción asociada con el botón seleccionado.

Seleccionar Antecedente: Selecciona los objetos a partir de los cuales, se creó el objeto.

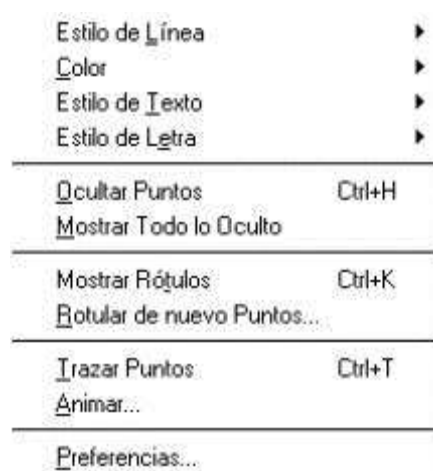
Seleccionar Descendiente: Selecciona los objetos creados a partir de éste.

Vínculos: Permite ver una lista de todos los objetos vinculados en el dibujo activo.

Mostrar Portapapeles: Muestra el contenido del Portapapeles.

EL MENU PRESENTAR

Los comandos del menú Presentar controlan la apariencia del dibujo. Los comandos que muestran indicadores tienen menús en cascada que ofrecen más opciones.



Mostrar / Ocultar Rótulos: Alterna entre mostrar y ocultar los rótulos de los objetos seleccionados.

Trazar: Permite trazar la trayectoria de un objeto arrastrado o animado.

Preferencias: Fija las configuraciones de las sesiones subsiguientes.

EL MENU CONSTRUIR

Punto en <u>O</u> bjeto	
Punto en <u>I</u> ntersección	Ctrl+I
Punto en el Punto <u>M</u> edio	Ctrl+M
<hr/>	
<u>S</u> egmento	Ctrl+L
Recta <u>P</u> erpendicular	
Recta <u>P</u> aralela	
<u>B</u> isectriz del Ángulo	
<hr/>	
Círculo por <u>C</u> entro y por Punto	
Círculo por Centro y <u>R</u> adio	
Arco en Círculo	
<u>A</u> rco por Tres Puntos	
<hr/>	
<u>I</u> nterior de Polígono	Ctrl+P
<hr/>	
<u>L</u> ugar Geométrico	
<hr/>	
<u>A</u> yuda para Construcción...	

Permite la construcción de objetos relacionados con otros objetos.

Punto en Objeto: Se necesita uno o más objetos rectilíneos, círculos, arcos, interiores de polígono, segmentos de arco, o sectores de arco.

Punto de Intersección: Dos objetos, siendo cada uno un objeto rectilíneo, círculo o arco.

Punto en el Punto Medio: Uno o más segmentos.

Segmento/ Semirrecta / Recta: Dos o más puntos, si es una semirrecta se selecciona el extremo de la primera semirrecta.

Recta Perpendicular: Un punto y uno o más objetos rectilíneos, o un objeto rectilíneo y uno o más puntos.

Recta Paralela: Un punto y uno o más objetos rectilíneos o un objeto rectilíneo y uno o más puntos.

Bisectriz del Angulo: Tres puntos.

Círculo por Centro y Punto: Dos puntos, se selecciona el centro primero.

Círculo por Centro y Radio: Un punto y un segmento.

Arco en Círculo: Un círculo y dos puntos en la circunferencia del círculo, o bien, tres puntos con el segundo y tercer de éstos, equidistantes del primero.

Arco por tres puntos: Tres puntos.

Interior de Polígono: De tres a treinta puntos.

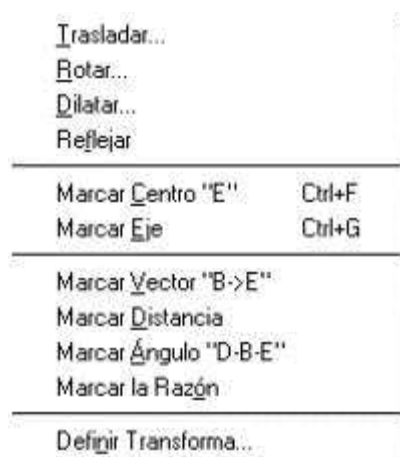
Interior del Sector: Uno o más arcos.

Interior del Arco del Segmento: Uno o más arcos.

Lugar Geométrico: Un objeto cuyo lugar geométrico desea construir, seguido por un punto que este sobre dicha trayectoria. El objeto del lugar geométrico puede ser cualquier objeto geométrico menos un interior.

EL MENU TRANSFORMAR

Este menú pone en práctica la geometría dinámica. Los comandos Trasladar, Rotar, Dilatar y Reflejar aplican transformaciones geométricas a los objetos seleccionados. El marcar comandos, permite designar objetos geométricos o razones que determinen las transformaciones.



Trasladar: Construye una imagen de los objetos seleccionados movidos (Trasladados) por una cierta distancia.

Rotar: Construye una imagen de los objetos seleccionados, rotados algún ángulo entorno a algún punto central.

Dilatar: Construye una imagen de los objetos seleccionados, dilata por algún factor de escala en torno a algún punto central.

EL MENU MEDIR

D <u>i</u> stancia	
L <u>o</u> ngitud	
P <u>e</u> ndiente	
R <u>a</u> dio	
C <u>i</u> rcunferencia	
Á <u>r</u> ea	
P <u>e</u> rímetro	
Á <u>n</u> gulo	
Á <u>n</u> gulo del Arco	
L <u>o</u> ngitud del Arco	
R <u>a</u> zón	
C <u>o</u> ordenadas	
E <u>c</u> uación	
<hr/>	
C <u>a</u> lcular...	Ctrl+=
<hr/>	
T <u>a</u> blar	
A <u>ñ</u> adir Dato	Ctrl+E

Muestra las cantidades que pueden medirse, funciona similar al menú Construir por lo que se seleccionan los objetos por medir y luego se escoge el comando apropiado del menú.

Tabular: Recoge las medidas seleccionadas, en una sola tabla la cual contiene entradas que describen, el conjunto de medidas en varias coyunturas.

Añadir Dato: Se introduce un dato en una tabla que contiene los valores actuales de las medidas.

EL MENU GRÁFICAR

Contiene los comandos relacionados con la geometría analítica y de coordenadas. En este software un sistema de coordenadas se define por su origen y una unidad de determinado tamaño, los cuales se pueden cambiar dinámicamente. Este menú proporciona los comandos que permiten crear y presentar un sistema de coordenadas y ecuaciones.

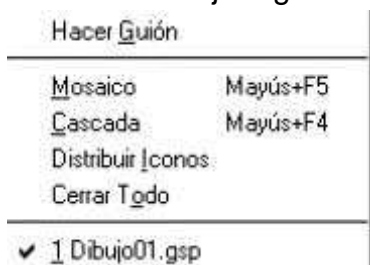
C <u>o</u> ndiciones	
<hr/>	
C <u>o</u> ndiciones	
M <u>o</u> strar C <u>u</u> adrícula	
P <u>e</u> gar a Cuadrícula	
F <u>o</u> rma de Cuadrícula	▶
<hr/>	
G <u>r</u> aficar M <u>e</u> didas...	
G <u>r</u> aficar P <u>u</u> ntos...	
<hr/>	
F <u>o</u> rma de C <u>o</u> ordenadas	▶
F <u>o</u> rma de E <u>c</u> uación	▶

Mostrar / Ocultar Cuadrícula: Alterna entre visible e invisible la presentación de la cuadrícula que corresponde a un sistema de coordenadas.

Graficar datos de la Tabla: Toma los datos recopilados en la tabla y la usa para Graficar los puntos.

EL MENU DE TRABAJO

Permite crear un guión basados en los objetos seleccionados de un dibujo, activar un dibujo o guión abierto y ejecutar un guión automáticamente.



Hacer Guión: Crea un guión que describe la construcción de los objetos seleccionados.

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE MICHOACÁN.

MANUAL DE ACTIVIDADES DEL CÍRCULO DE APRENDIZAJE.

Nombre:

Edad:

I. PRESENTACION DEL SOFTWARE EL GEÓMETRA

UNIDAD: “ÁNGULOS Y TRIANGULOS”

Objetivos:

- Conocer las herramientas que posee el software geométrico El Geómetra.
- Reconocer las potencialidades que presenta el software geométrico El Geómetra

Ya reunidos en equipos de 2 personas, para empezar a trabajar debes abrir el acceso directo a El Geómetra en el escritorio de tu computadora.

En el programa de Geometría Dinámica, al que nos referiremos en lo que sigue “El Geómetra”, se puede trabajar con dos elementos fundamentales: dibujos que contienen objetos geométricos, construcciones y transformaciones- y guiones(o macros) – que contienen grupos de construcciones que se podrán

utilizar más de una vez, ya que se pueden guardar y activar en cualquier momento.

Dibujos: Son dibujos geométricos. Se podrá empezar, con un dibujo en blanco y explorar la geometría partiendo de cero. Cuando se crean dibujos, se combinan objetos -puntos, círculos, segmentos, rectas, semirrectas- con el objetivo de construir figuras e investigar propiedades geométricas. También se podrán construir animaciones.

Guiones: Son grabaciones de construcciones geométricas (es decir de objetos geométricos y relaciones que se determinen). Activando un guión, se construirán dibujos.

Con El Geómetra, se puede realizar, entre otras cosas, las siguientes:

1. Construcciones euclidianas con las herramientas de dibujo que aparecen en la “barra de herramientas” y con los comandos que aparecen en el menú de construcción (Construir)
2. Los comandos del menú de transformaciones (Transformar), nos permiten ir más allá de las construcciones euclidianas, dado que se pueden realizar traslaciones, giros, simetrías y homotecias de centro y razón dadas (Trasladar, Rotar, Reflejar y Dilatar).
3. Los menús de medida y gráficas, (Medir y Graficar), nos permiten introducirnos en la geometría analítica, pudiéndose medir características de las figuras y trabajar en coordenadas rectangulares y polares.
4. Combinando los menús Edición y Ver (Editar y Presentar) con la herramienta texto y se pueden añadir etiquetas y comentarios, cambiar las propiedades visuales de los objetos que se ven, y crear animaciones.
5. En los guiones, se pueden agrupar construcciones complejas, dividiéndoles en pasossencillos, extendiendo las capacidades del programa.

Quizás, la característica más especial de este (y otros programas similares, como el Cabri) es la posibilidad de arrastrar (dragging) o mover en la pantalla los objetos geométricos construidos, dado que es precisamente dicha característica la que convierte a la geometría que se hace con este software en una “geometría dinámica”. Moviendo algunas partes de las figuras construidas (moviendo el ratón pulsado), la figura cambia y sus propiedades siguen siendo válidas después de este movimiento.

II. CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS

Al término de esta guía aprenderás con el uso del Geómetra a:

- Utilizar las herramientas de dibujo, realizar las figuras geométricas; Triángulo, Círculo con radio y Triángulo inscrito en un círculo.

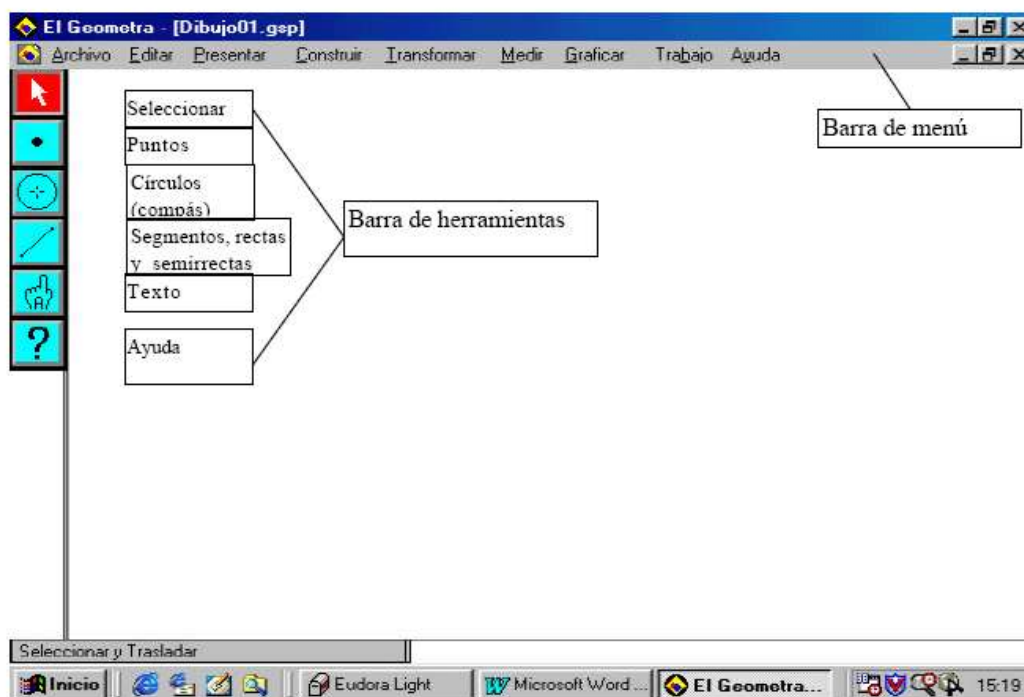
- Arrastrar los dibujos hechos en las actividades anteriores y responder cuestionario para entender el modo de arrastre del programa el Geómetra
- Construir con las herramientas de dibujo:
 - a. Una mediatriz para un segmento
 - b. Un triángulo dados los tres lados
 - c. Un rombo y un romboide.
 - d. Construir una recta paralela a otra dada por un punto exterior
 - e. Puntos notables de un triángulo.

ACTIVIDADES

La barra de herramientas que aparece a la izquierda de la pantalla básica del El Geómetra, contiene tres iconos que permiten dibujar: puntos, círculos y líneas: Nótese, que manteniendo pulsado el botón de la izquierda del ratón, en el icono para líneas, éste se despliega dando varias posibilidades: segmento, recta y semirrecta.

Tengamos en cuenta además, que cuando hacemos clic en estos iconos, abajo y a la izquierda (en la barra de estado) aparece una indicación sobre la herramienta seleccionada.

Fig. N° 2.1



Fuente: Adaptación de los manuales originales de Camacho (2006).

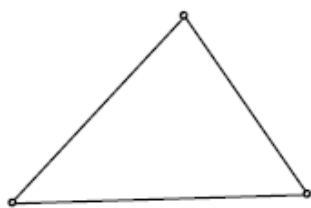
1. Utilizando las herramientas de dibujo, realizar las figuras siguientes (no las borres y guárdalas utilizando el menú de edición –**Guardar Como**- como dibujo01.gsp, para utilizarlo posteriormente)

Triángulo

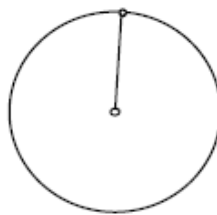
Círculo con radio

Triángulo inscrito en un círculo.

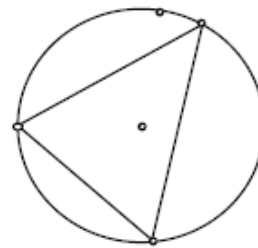
Fig. N° 2. 2



Triángulo



Círculo con radio

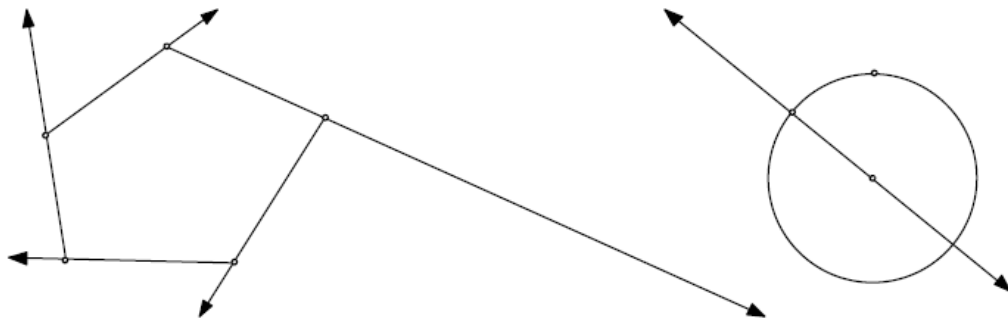


Triángulo inscrito en un círculo.

Fuente: Adaptación de los manuales originales de Camacho (2006)

2. La herramienta de dibujo de líneas tiene tres posibilidades. Para activarla, bastará con mantener el ratón pulsado y moverse hasta la herramienta que se elija. Soltando el ratón quedará activa. Utilizarla para hacer los siguientes dibujos:

Fig. N° 2.3



Fuente: Adaptación de los manuales originales de Camacho (2006).

3. Cualquier cosa que se haga en el plano de dibujo se puede deshacer. Se pueden deshacer todas las acciones realizadas antes de la última grabación, incluso, si el documento no ha sido salvado, se puede deshacer hasta el principio (en el menú **Editar**, el comando **Deshacer**).

Esta característica no la posee ningún otro software de Geometría Dinámica. Se podrá deshacer todo lo realizado, pulsando la tecla mayúscula y desplegando el menú Editar y eligiendo **Deshacer Todo**.

II. 1. ARRASTRAR (DRAGGING) Y SELECCIONAR:

Para arrastrar una figura construida en El Geómetra, se usa la flecha de selección.

Activarla:

- Intentar arrastrar los dibujos hechos en las actividades anteriores. Responder las siguientes cuestiones para entender el modo de arrastre del programa:

a) Los extremos de los segmentos construidos se denominan puntos de control. ¿Qué ocurre con el segmento si se arrastran dichos puntos?

b) La mayoría de las cosas que aparecen en un dibujo pueden ser arrastradas. Cuando arrastras un segmento ¿Qué propiedades del segmento permanecen constantes?

c) ¿Cómo puedes cambiar el radio de un círculo sin cambiar la posición del centro?

d) ¿Cómo se puede cambiar la localización del centro de un círculo sin cambiar su radio?

e) Con la herramienta punto, colocar un punto sobre la circunferencia. ¿Qué pasa cuando se arrastra dicho punto?

f) Dibujar dos segmentos que se corten. Situar un punto en la intersección. ¿Qué le ocurre al punto cuando arrastras un segmento hasta que no se intersecten?

¿Qué ocurre cuando arrastras el punto de intersección?

4. Con la herramienta flecha de selección se puede seleccionar más de un objeto al mismo tiempo, pulsando la tecla mayúscula (**Shift**) a la vez que

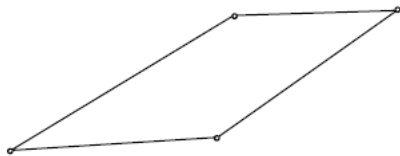
hacemos clic con el ratón sobre el objeto a seleccionar. Esto es útil cuando queremos por ejemplo arrastrar más de un objeto al mismo tiempo.

Dibujar un cuadrilátero como el de la figura siguiente y seleccionar los dos lados siguientes.

Seleccionar dos lados concurrentes.

Arrastrar uno cualquiera de los lados seleccionados. ¿Qué ocurre?

Fig. N° 2.1.1

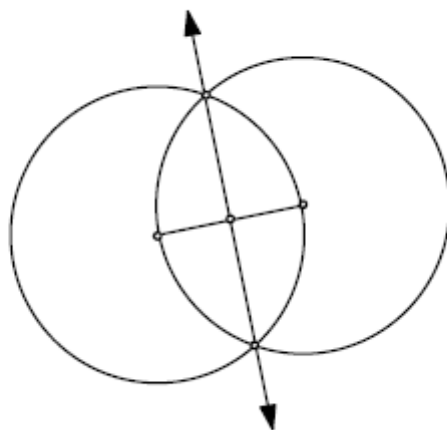


5. Otra forma de seleccionar más de un objeto consiste en dibujar una zona de selección alrededor de ellos. Para ello, con la flecha de selección activada, se trata de arrastrar el ratón pulsado marcando la zona de objetos a seleccionar (aparecerá un rectángulo formado por líneas discontinuas)

II. 2 UTILIZACIÓN DEL MENÚ DE CONSTRUCCIÓN

Puesto que las herramientas de dibujo contienen a la regla y el compás, éstas pueden utilizarse para hacer construcciones. Se puede usar solamente el menú **Construir** para desarrollar algunas construcciones más fácil y rápidamente que con tales herramientas.

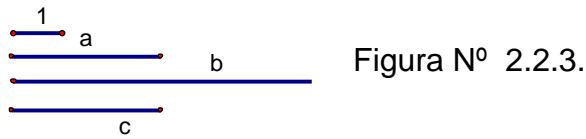
6. Tratar de construir con las herramientas de dibujo, una mediatriz para un segmento: Se puede hacer construyendo dos círculos, usando cada uno de los extremos como centro y el otro como radio (véase el dibujo siguiente). Fig. N° 2.2.2



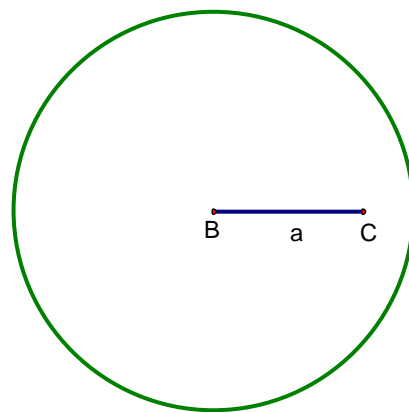
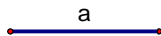
Fuente: Adaptación de los manuales de Camacho (2006).

Cuando arrastramos un extremo del segmento, ¿qué le ocurre al dibujo?
 Realizar otras construcciones euclidianas. Por ejemplo:

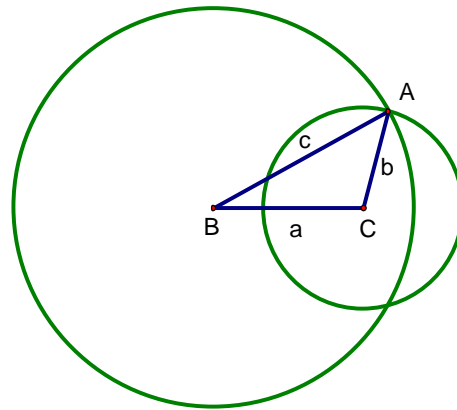
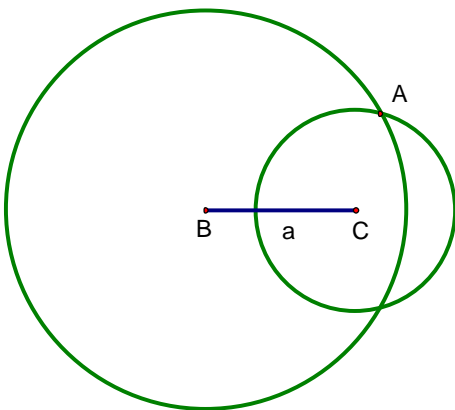
-Construir un triángulo dados los tres lados: a , b y c .



1. Traza el segmento de recta a , en forma horizontal:
2. Haciendo centro en B trazar una circunferencia de radio b .



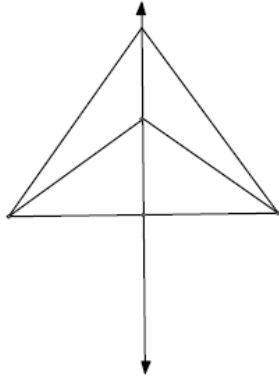
3. Haciendo centro en B trazar una circunferencia de radio c .
4. Trazar los segmentos AB y AC.



Fuente: Elaboración propia

- Construir un triángulo equilátero.
- Construir un triángulo isósceles.

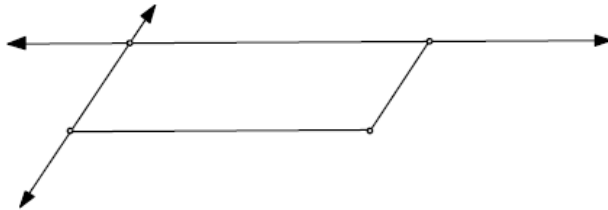
Fig. 2.2.4.



Fuente: Elaboración propia

- Construir un rombo.
- Construir un romboide.

Fig. 2.2.5.



Fuente: Elaboración propia.

7. En el menú **Construir**, existen órdenes para realizar algunas construcciones comunes. *Los comandos estarán en gris, hasta que no se hayan seleccionado los objetos que el programa necesita para realizar la construcción.* Por ejemplo, si queremos construir una perpendicular, debemos primero seleccionar una línea y un punto, para que el programa construya la perpendicular.

Veamos los objetos que se necesitan seleccionar para construir

- Uno o más objetos
 - Dos recorridos
 - Uno o más segmentos
 - Dos o más puntos
 - Un segmento, recta y semirrecta y uno o más puntos.
- También, un punto y uno o más objetos rectos.
- Tres puntos (EL ÁNGULO ES EL SEGUNDO)
 - Dos puntos.
 - Un punto y un segmento.
 - Tres puntos: centro y 2 puntos. Sobre el círculo o círculo y dos puntos sobre él.
 - Tres puntos.
 - Un conjunto de puntos (hasta 30, ordenados), un círculo o un arco.
 - Un objeto y un punto sobre un camino.

Fig. 2.2.5



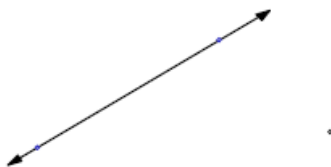
Fuente: Elaboración propia.

NOTA: Para deshacer alguna construcción, se pueden pulsar simultáneamente Ctrl+z.

- Construir una recta paralela a otra dada por un punto exterior:

- a) Dibujar la recta y el punto
- b) Seleccionar la recta y el punto con la flecha de selección

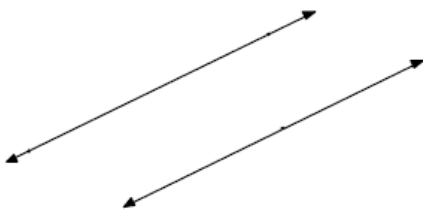
Fig. 2.2.6



Fuente: Elaboración propia

- c) Escoger en el menú **Construir** el comando “recta paralela”
Experimentar, arrastrando con el ratón los elementos de la construcción realizada.

Fig. 2.2.7

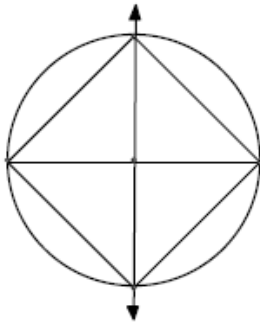


Fuente: Elaboración propia.

8. Intentar otras construcciones del menú:

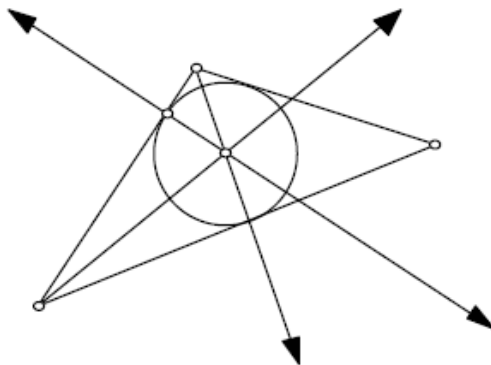
- Construir el cuadrilátero obtenido uniendo los puntos medios de un cuadrilátero dado.
- Construir un cuadrado.

Fig. 2.2.8



- Construir el incentro de un triángulo, así como la circunferencia inscrita.

Fig. 2.2.9



- Construir el orto centro.

III. CÁLCULO DE MEDIDAS

Con El Geómetra, se pueden medir diferentes cantidades, y las medidas se actualizan dinámicamente cuando se arrastran.

Al término de esta guía aprenderás con el uso del Geómetra a:

- Dibujar un triángulo y medir sus tres ángulos
- Dibujar un triángulo y medir sus tres ángulos
- Calcular la suma de los tres ángulos del triángulo construido
- Expresar una propiedad de los triángulos: la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es de 180° .

9. Para medir algo en El Geómetra, seleccionamos los objetos que definen la cantidad que se quiere medir y se elige el comando apropiado del menú de medida (**Medir**).

- Dibujar un triángulo y medir sus tres ángulos: Seleccionando el primer punto, con la tecla de mayúsculas pulsada, se seleccionan los otros dos. En el menú de Medir, elegir Angulo.

- Dos puntos o un punto y una línea

Fig. 3.1

- Uno o más segmentos.

- Uno o más objetos rectos.

- Uno o más círculos, arcos, sectores circulares, segmentos circulares

- Una o más circunferencias o círculos.

- Uno o más círculos, polígonos, sectores o segmentos circulares.

- Uno o más, polígonos interiores, sectores o segmentos circulares.

- Tres puntos (en orden).

- Uno o más arcos, sectores o segmentos circulares.

- Ídem.

- Dos segmentos.

- Uno o más puntos.

- Una o más rectas o circunferencias.



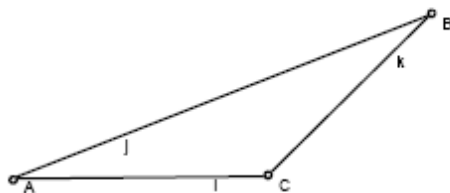
- Dibujar un triángulo y medir sus tres ángulos: Seleccionando el primer punto, con la tecla de mayúsculas pulsada, se seleccionan los otros dos. En el menú de Medir, elegir Angulo.

$$m \text{ ACB} = 136^\circ$$

$$m \text{ CBA} = 23^\circ$$

$$m \text{ BAC} = 21^\circ$$

Fig. 3.2



Fuente: Fuente: Adaptación de los manuales de Camacho (2006).

10. Para calcular una nueva cantidad de unas medidas existentes, se seleccionan las medidas que queremos utilizar en los cálculos y escogemos Calcular del menú Medir. Como vemos la calculadora contiene un menú “pop-up” con el que podemos escoger las cantidades o medidas calculadas y seleccionadas previamente.

- Calcular la suma de los tres ángulos del triángulo construido. Notemos que no cambia cuando arrastramos los vértices.

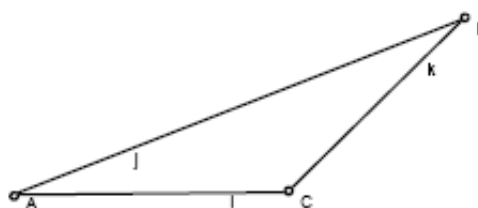
Fig. 3.3



- Calcular la suma de los tres ángulos del triángulo construido. Notemos que no cambia cuando arrastramos los vértices.

- m ACB = 136°
- m CBA = 23°
- m BAC = 21°
- m BAC + m CBA + m ACB = 180°

Fig. 3.4



Fuente: Correa, Cruz y Razo (2002).

IV. EXPLORANDO TIPOS DE ÁNGULOS

Al término de esta guía aprenderás con el uso del Geómetra a:

- Realizar las construcciones de los teoremas siguiendo las actividades proporcionadas paso por paso con la ayuda del software
- Llegar a construir los teoremas y verificarlos arrastrando el punto sobre la recta que lo contiene, generar varios casos arrastrando el punto
- Verificar las relaciones entre los ángulos cuando dos rectas se intersecan

ACTIVIDADES

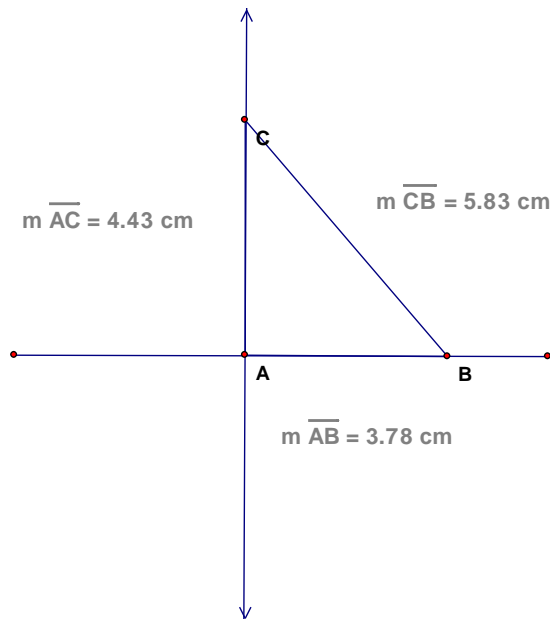
11. Realiza la construcción del Teorema 1: el segmento más corto que une un punto a una recta es el segmento perpendicular a la recta

- Construir un segmento y etiqueta los extremos A y B
- Encontrar un punto P fuera del segmento A y B
- Trazar una perpendicular al segmento A y B que pase por P
- Encontrar el punto de intersección de las líneas perpendiculares, llamaremos a este punto Q
- Trazar un punto sobre el segmento AB diferente a Q
- Trazar el segmento PR y ocultar la recta que pasa por P
- Medir los segmentos PQ y PR
- Verificar el teorema arrastrando el punto R sobre la recta que lo contiene, pueden generarse casos arrastrando el punto P

DEMOSTRACIÓN

Se da un segmento AB y un punto P fuera de ella. Si PQ es perpendicular a AB en Q, y R es otro punto cualquiera de AB. Como lo muestra la figura probaremos que $PQ < PR$

Fig. 3.5



Fuente: Correa, Cruz y Razo (2002).

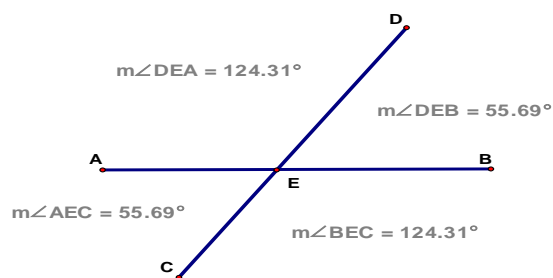
Como PQ es perpendicular a AB entonces $\angle PQR = 90^\circ$, por lo tanto se forma el triángulo rectángulo QPR y por el teorema anterior como PR es la hipotenusa del triángulo mencionado se deduce que, $PQ < PR$

12. Realiza la construcción del Teorema 2: los ángulos opuestos por el vértice son iguales.

- Construir un segmento con otro segmento definido por dos puntos A y B
- Intersectar el anterior segmento definido por dos puntos C y D
- Encontrar el punto de intersección de los dos segmentos al que llamaremos O
- Marcar los ángulos opuestos formados por AOC y DOB
- Medir los ángulos marcados
- Verificar el teorema para diferenciar casos arrastrando un punto cualquiera de los que definen los segmentos

Fig. 3.6

CONSTRUCCIÓN.



Fuente: Correa, Cruz y Razo (2002).

V. EXPLORANDO ÁNGULOS FORMADOS POR LÍNEAS PARALELAS Y UNA TRANVERSAL

Al término de esta guía aprenderás con el uso del Geómetra a:

- Realizar las construcciones de los teoremas y verificar las relaciones que se producen entre los ángulos al cortar dos rectas paralelas, cortadas por una secante.
- Llegar a conjeturar los teoremas de la actividad 15 y N° 17 que pudieran inferir, con el dibujo proporcionado con el Geómetra

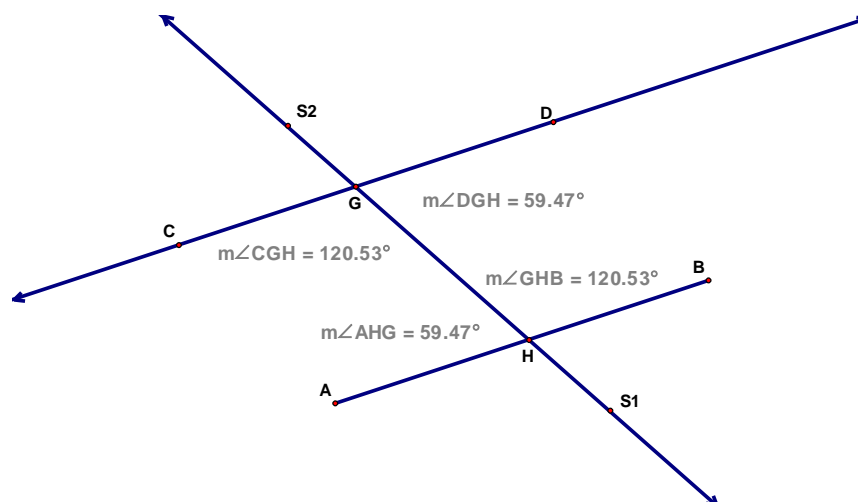
13. Realiza la construcción del Teorema 3: si dos ángulos alternos internos son congruentes entonces los otros dos ángulos alternos internos también los son.

- Construir un segmento definido por dos puntos A y B
- Construir un punto C fuera del segmento construido
- Construir una recta paralela al segmento definido por A y B que pase por el punto C
- Construir una recta secante a las rectas paralelas definidas por S1 y S2

- Encontrar los puntos de intersección de la recta secante y las rectas paralelas a los que llamaremos G y H
- Encontrar un punto D sobre la recta que pase por G a la derecha de la secante
- Marcar los ángulos alternos internos
- Medir los ángulos marcados
- Observar que el teorema se verifica. Y arrastrando uno de los puntos que definen a las tres rectas involucradas se puede verificar el teorema para otros casos.

CONSTRUCCIÓN

Fig. 5.1

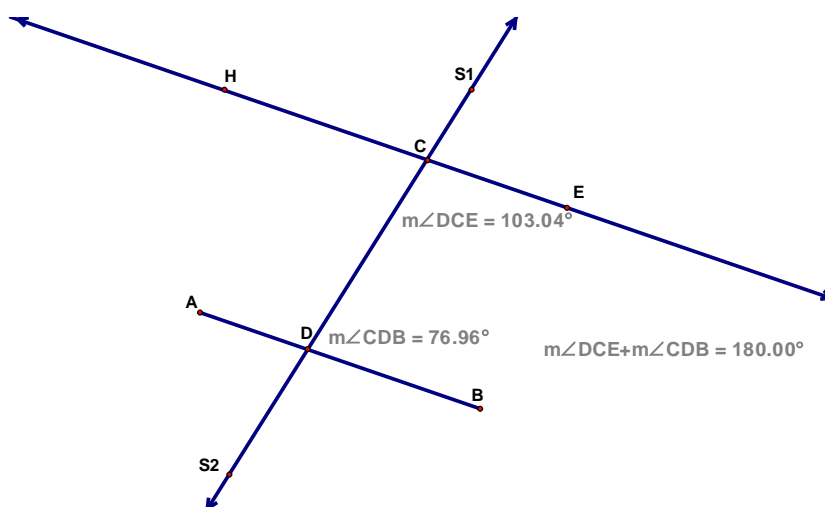


14. Realiza la construcción del Teorema 4: los ángulos internos a un mismo lado de la transversal de rectas paralelas, son suplementarios.

- Construir un segmento definido por dos puntos A y B
- Construir un punto H fuera del segmento construido
- Construir una recta paralela al segmento definido por A y B que pase por el punto H.
- Construir una recta secante a las rectas paralelas definidas por S1 y S2
- Encontrar los puntos de intersección de la recta secante y las rectas paralelas a los que llamaremos C y D
- Encontrar un punto E sobre la recta que pase por H de modo que H y E estén en los semiplanos opuestos generados por la secante.
- Marcar los ángulos internos a un mismo lado de la recta secante
- Medir estos ángulos y verificar así el teorema
- Verificar el teorema para diferentes valores de los ángulos arrastrando un punto de los que definen la recta secante

CONSTRUCCIÓN

Fig. 5. 2



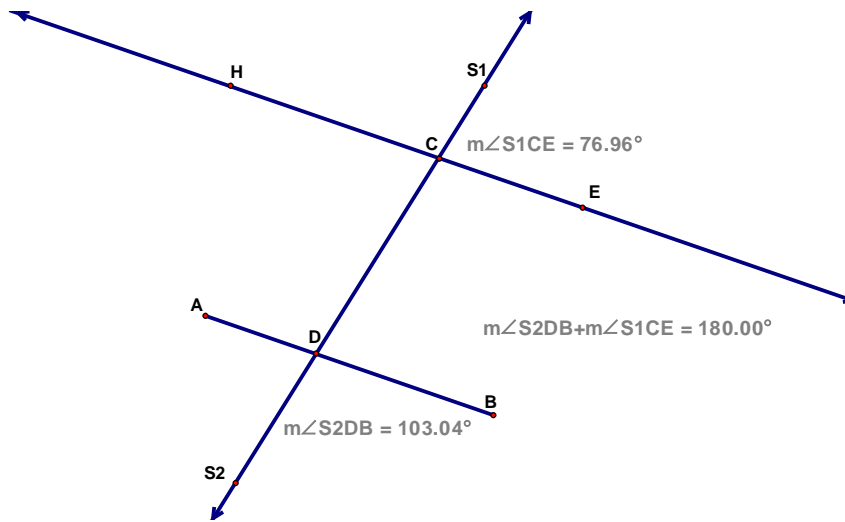
Fuente: Correa, Cruz y Razo (2002).

15. Realiza la construcción del Teorema 5: los ángulos externos a un mismo lado de la transversal de rectas paralelas, son suplementarios.

- Construir un segmento definido por dos puntos A y B
- Construir un punto H fuera del segmento construido
- Construir una recta paralela al segmento definido por A y B que pase por el punto H.
- Construir una recta secante a las rectas paralelas definidas por S1 y S2

- Encontrar los puntos de intersección de la recta secante y las rectas paralelas a los que llamaremos C y D
- Encontrar un punto E sobre la recta que pase por H de modo que H y E estén en los semiplanos opuestos generados por la secante.
- Marcar los ángulos externos a un mismo lado de la recta secante
- Medir estos ángulos y verificar así el teorema
- Verificar el teorema para diferentes valores de los ángulos arrastrando un punto de los que definen la recta secante

Fig. 5.3

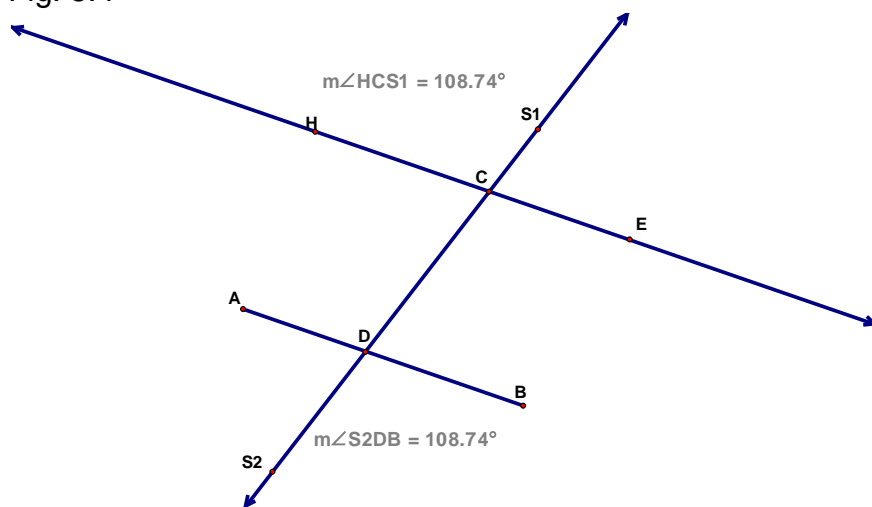


Fuente: Correa, Cruz y Razo (2002).

16. Realiza la construcción del Teorema 6. Toda transversal forma con dos paralelas ángulos alternos externos congruentes

- Construir un segmento definido por dos puntos A y B
- Construir un punto H fuera del segmento construido
- Construir una recta paralela al segmento definido por A y B que pase por el punto H.
- Construir una recta secante a las rectas paralelas definidas por S1 y S2
- Encontrar los puntos de intersección de la recta secante y las rectas paralelas a los que llamaremos C y D
- Encontrar un punto E sobre la recta que pase por H de modo que H y E estén en los semiplanos opuestos generados por la secante.
- Marcar los ángulos alternos externos formados
- Medir estos ángulos y verificar así el teorema
- Verificar el teorema para diferentes valores de los ángulos arrastrando un punto de los que definen la recta secante

Fig. 5.4

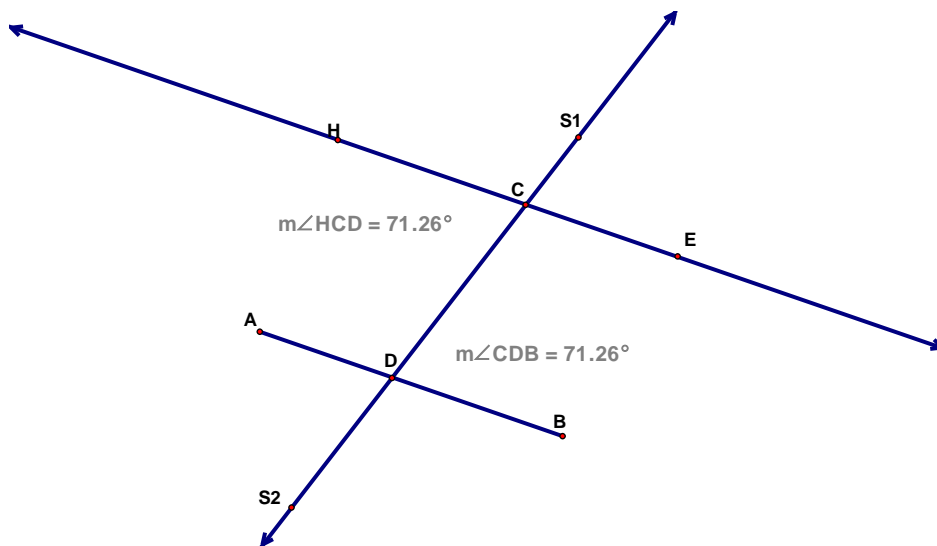


Fuente: Correa, Cruz y Razo (2002).

17. Realiza la construcción del Teorema7: toda transversal forma con dos paralelas ángulos alternos internos congruentes.

- Construir un segmento definido por dos puntos A y B
- Construir un punto H fuera del segmento construido
- Construir una recta paralela al segmento definido por A y B que pase por el punto H.
- Construir una recta secante a las rectas paralelas definidas por S1 y S2
- Encontrar los puntos de intersección de la recta secante y las rectas paralelas a los que llamaremos C y D
- Encontrar un punto E sobre la recta que pase por H de modo que H y E estén en los semiplanos opuestos generados por la secante.
- Marcar los ángulos alternos internos formados
- Medir estos ángulos y verificar así el teorema
- Verificar el teorema para diferentes valores de los ángulos arrastrando un punto de los que definen la recta secante

Fig. 5.5



Fuente: Correa, Cruz y Razo (2002).

VI. EXPLORANDO PROPIEDADES DE TRIÁNGULOS

Al término de esta guía aprenderás con el uso del Geómetra a:

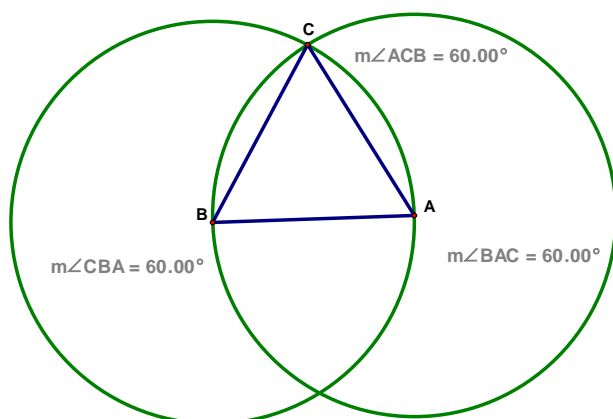
- Realizar las construcciones de los teoremas y verificar las relaciones que se producen y expresar algunas propiedades.
- Construir tres triángulos de acuerdo a su definición (Equilátero, Escaleno, e isósceles) y sus elementos principales, tomando como base la actividad N° 9.
- Construir tres triángulos de acuerdo a su definición (Rectángulo, Acutángulo, y Obtusángulo) y sus elementos principales, tomando como base la actividad N° 9
- Llegar a conjeturar los teoremas que pudiera inferir, con el dibujo del Geómetra proporcionado

ACTIVIDADES

18. Construir tres triángulos de acuerdo a su definición (Equilátero, Escaleno, e isósceles) y sus elementos principales, tomando como base la actividad N° 9 de cálculo de medidas en los triángulos.

Anota la secuencia lógica para su construcción utilizando *la herramienta de Guión y guárdala en tu disco*

Fig. 6.1.



Fuente: Elaboración propia

19. Construir tres triángulos de acuerdo a su definición (Rectángulo, Acutángulo, y Obtusángulo) y sus elementos principales, tomando como base la actividad N° 9 de los ángulos de triángulos.

Anota la secuencia lógica para su construcción utilizando *la herramienta de Guión y guárdala en tu disco*

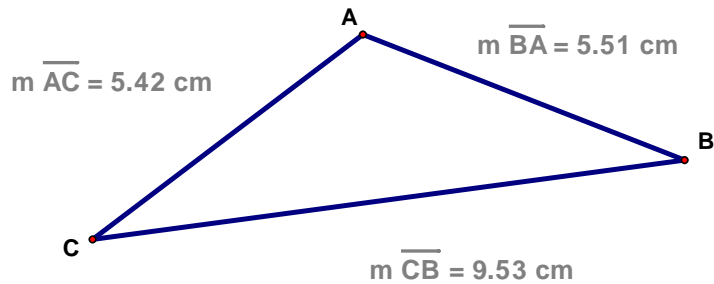
20. Realiza la construcción del Teorema 8: la suma de las longitudes de dos lados cualesquiera de un triángulo es mayor que la longitud del tercero

- Construir un triángulo definido por tres puntos A, B y C
- Medir los lados del triángulo ABC
- Verificar el teorema. Puede generarse otros casos de triángulos arrastrando cualquiera de los puntos que definen el triángulo ABC

CONSTRUCCIÓN

Fig. 6.2

$$m \overline{AC} + m \overline{CB} = 14.95 \text{ cm}$$

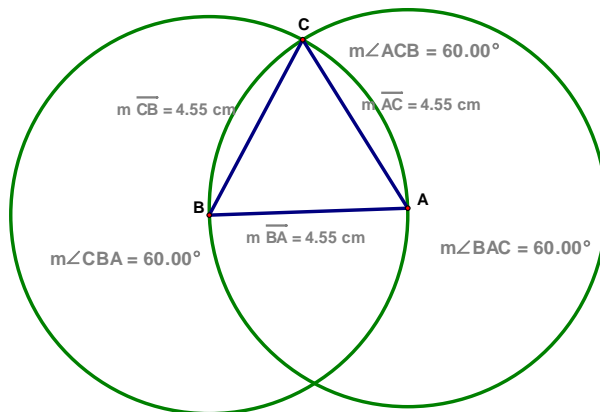


21. Realiza la construcción del Teorema 9: todo triángulo equilátero es equiángulo

- Construir un segmento definido por dos puntos B y C
- Trazar un círculo con centro en C y radio BC
- Trazar un círculo con centro en B radio CB
- Encontrar el punto de intersección de los dos círculos trazados, al que llamaremos A, B y C
- Medir los lados del triángulo ABC y notar que es un triángulo equilátero
- Marcar los ángulos interiores del triángulo ABC
- Medir los ángulos marcados y verificar el teorema
- Pueden generarse otros casos de triángulos arrastrando cualquiera de los puntos que definen el segmento BC

CONSTRUCCIÓN

Fig. 6.3



Fuente: Elaboración propia

VII. EXPLORANDO LOS PUNTOS NOTABLES

Al término de esta guía aprenderás con el uso del Geómetra a:

- Construir los puntos notables para un triángulo y verificar arrastrando los vértices, generando diversos casos para localizar la recta Euler.

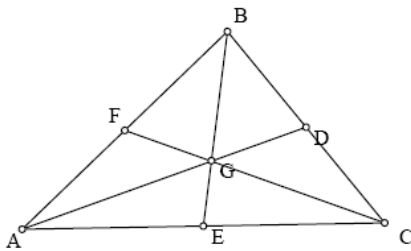
22. Realiza la construcción del baricentro de un triángulo.

Se tratará de descubrir propiedades de las medianas de un triángulo. Al final de realizar la actividad, hacer un guión y salvarlo en un disco, con el objetivo de poder analizar lo que se ha hecho.

Construir el siguiente dibujo:

1. Construir un triángulo ABC
2. Construir los puntos medios de cada lado.
3. Construir dos medianas, AD y BF, y su punto de intersección.
4. Construir la tercera mediana.

Fig. 7.1



Fuente: Elaboración propia

5. Medir las distancias de B a G y de E a G.
6. Calcular la razón BG/EG

Al construir la tercera mediana ¿Pasa por el punto de corte de las otras dos medianas? ¿Qué quiere decir esto?

Arrastrar cualquier lado o cualquier vértice del triángulo. ¿Se intersecan siempre las medianas en un único punto?

¿Qué le ocurre al valor BG/EG a medida que cambia el triángulo?

Seleccionar las tres medians tomadas. En el menú de medida, escoger la opción

Tabularly rellenar cuatro o cinco medidas en la siguiente tabla:

BG=				
EG=				
BG/EG=				

El punto de intersección de las tres medianas es llamado BARICENTRO.

Escribe las conjeturas a continuación:

.....
.....
.....

Discutir en el círculo de aprendizaje los resultados obtenidos y establecer claramente las conjeturas realizadas. Puedes añadir en el dibujo los comentarios que desees.

22.1 Construir los triángulos interiores de los seis triángulos interiores que aparecen en la figura e investigar las relaciones entre sus áreas.

22.2 Investigar casos especiales: Triángulos equiláteros, isósceles y escalenos, etc. ¿Tienen las medianas en estos casos propiedades especiales? Escribir y discutir tus conjeturas.

Objetivos:

Introducir el concepto de baricentro de un triángulo.

Descubrir que las tres medianas de un triángulo se cortan siempre en el mismo punto.

Conjeturar y comprobar que el baricentro de cualquier triángulo divide a la mediana en dos partes cuyas longitudes están en la proporción 2/1

Obtener la propiedad de que los seis triángulos que se obtienen (interiores) son equivalentes aunque no tienen por qué ser congruentes.

Comprobar que en un triángulo isósceles o equilátero las líneas notables coinciden.

Posibles extensiones:

- Obtener los restantes puntos notables de cualquier triángulo (orto centro, incentro, circuncentro).

- Comprobar la alineación del baricentro, incentro y circuncentro: La recta de Euler.

- Se puede imprimir la construcción realizada en cartulina, y comprobar que el baricentro representa “físicamente” el centro de gravedad del triángulo (tratar de mantener el triángulo en equilibrio con un lápiz o un palito apoyado en su baricentro).

VIII. GENERACIÓN DE CONSTRUCCIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Al término de esta guía aprenderás con el uso del Geómetra a:

- Generar las construcciones de los teoremas de congruencia, semejanza de triángulos y teorema de Pitágoras con las herramientas computacionales.

- Para ello dibujará la construcción con el Geómetra y captará la propiedad general de los teoremas a través de modificar su figura y medir los ángulos, lados y líneas.
- Resolver problemas de triángulos de tipo teórico y prácticos aplicando los conceptos, técnicas y procedimientos relativos a los triángulos y sus propiedades geométricas, la semejanza y congruencia y el Teorema de Pitágoras.
- Interpretar la solución en el contexto de los problemas de aplicación

23. Generar una construcción que muestre el teorema 11: *en un triángulo isósceles, los ángulos opuestos a lados iguales, son iguales.*

24. Generar una construcción que muestre el teorema 12: *las medianas correspondientes a los lados de un triángulo isósceles son iguales.*

25. Generar una construcción que muestre el teorema 13: *la altura correspondiente a la base de un triángulo isósceles es también mediana, mediatriz y bisectriz*

26. Generar una construcción que muestre el teorema 14: *la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a dos rectos o sea de 180°*

27. Generar una construcción que muestre el teorema 15: *la suma de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo es igual a 90°*

28. Generar una construcción que muestre el teorema 15: *en todo triángulo, la medida de un ángulo externo es la suma de las medidas de los ángulos internos no contiguos*

29. Triángulos congruentes, teorema de Pitágoras, semejanza de triángulos y

29.2 Triángulos congruentes.

a. Realiza la construcción del teorema 16: *toda correspondencia LAA entre dos triángulos es una congruencia.*

Construir un triángulo definido por tres puntos ABC

Construir otro triángulo con los puntos DEF

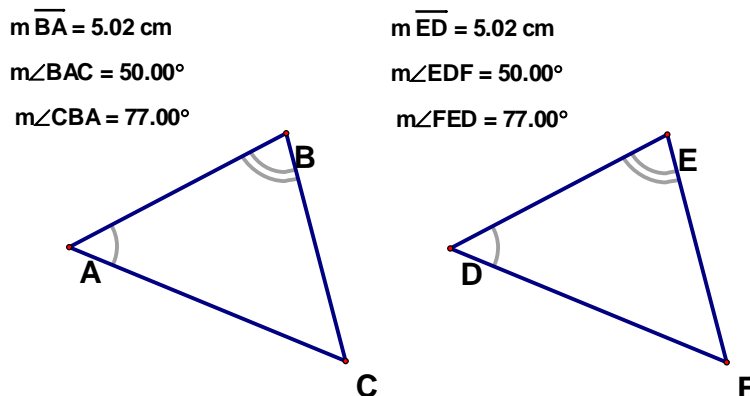
Marcar en cada triángulo dos de los ángulos interiores adjuntos

Medir en cada triángulo dichos ángulos y el lado opuesto a ellos

Verificar así el teorema de congruencia. Pueden generar otros casos de triángulos arrastrando cualquiera de los puntos que definen cada uno de los triángulos.

CONSTRUCCIÓN:

Fig. 8.1

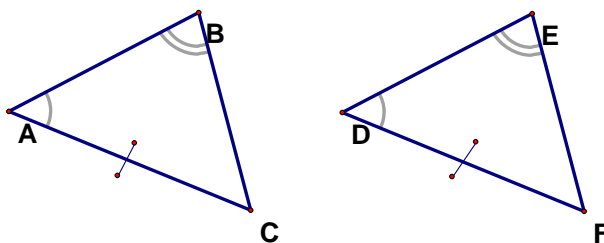


Fuente: Correa, Cruz y Razo (2002)

DEMOSTRACIÓN

Se dan los triángulos ABC y DEF tales que $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ y el segmento $AC = DF$. Como lo muestra la figura

Fig. 8.2



Fuente: Correa, Cruz y Razo (2002).

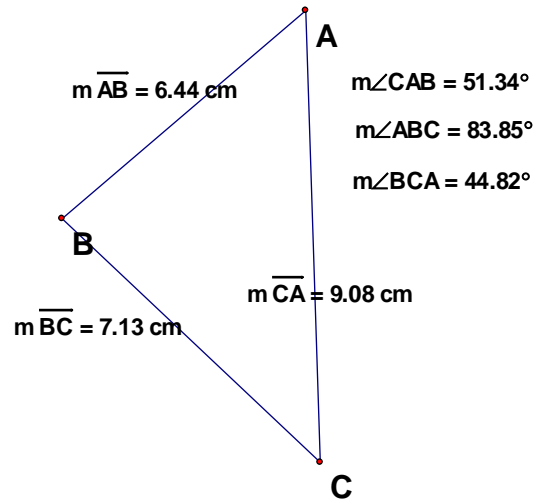
Probaremos que $\angle ABC \cong \angle DEF$. Sabemos que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° , por lo tanto, si estos dos triángulos tienen dos pares de ángulos interiores congruentes, entonces el tercer par de ángulos interiores es también congruente, por lo tanto se concluye que, aplicando el postulado de congruencia ALA se tiene que $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

b. Realiza la construcción del Teorema 17: Si dos lados de un triángulo no son congruentes, entonces los ángulos opuestos a estos lados no son congruentes y el ángulo mayor es el opuesto al lado mayor.

- Construir un triángulo definido por tres puntos A, B, y C.
- Marcar los ángulos interiores del triángulo ABC.
- Medir los ángulos y los lados del triángulo ABC.
- Verificar así el teorema. Pueden generarse otros casos de triángulos arrastrando cualquiera de los puntos que definen el triángulo ABC.

CONSTRUCCIÓN:

Fig. 8.3

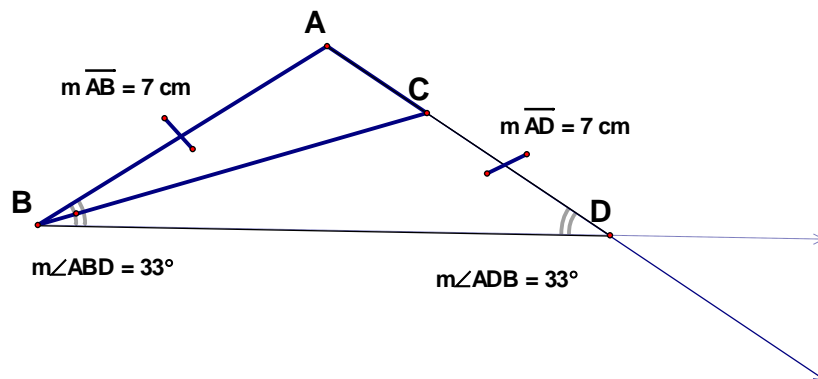


Fuente: Correa, Cruz y Razo (2002).

DEMOSTRACIÓN

Sea un triángulo ABC, tal que si $AB > AC$ como en la figura mostraremos que $\angle C > \angle B$.

Fig. 8.4



Fuente: Correa, Cruz y Razo (2002).

Sea D un punto del rayo AC, tal que $AD = AB$, entonces $\angle ARD = \angle LD$, por ser ángulos de un triángulo isósceles. Como $AD = AB > AC$, entonces C tiene que estar entre A y D. Por lo tanto $\angle ARD = \angle ARC + \angle CRD$ por lo que $\angle ARC < \angle ARD$. Puesto que $\angle ARD = \angle LD$, se deduce que $\angle ARC < \angle LD$. Pero, por el teorema del ángulo exterior, sabemos que:

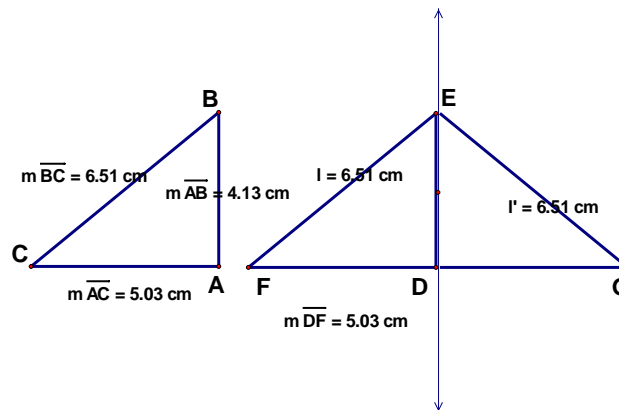
$\angle LD < \angle ACR$, por lo tanto, $\angle ARC < \angle ACB$. En consecuencia en el $\triangle ABC$ tenemos que $\angle B < \angle C$.

c. Realiza la construcción del teorema 18. El teorema de la hipotenusa y el cateto: se da una correspondencia entre dos triángulos rectángulos. Si la hipotenusa y un cateto de un triángulo rectángulo son congruentes con las partes correspondientes del segundo triángulo rectángulo, entonces dichos triángulos son congruentes.

- Construir dos triángulos rectángulos definidos por los puntos ABC y DEF.
- Medir los lados de dichos triángulos.
- Comparar las medidas de la hipotenusa y de alguno de los catetos correspondientes, para verificar dicho teorema.
- Se pueden generar otros casos de congruencia de triángulos rectángulos arrastrando cualquiera de los puntos que definen los vértices de los triángulos.

CONSTRUCCIÓN:

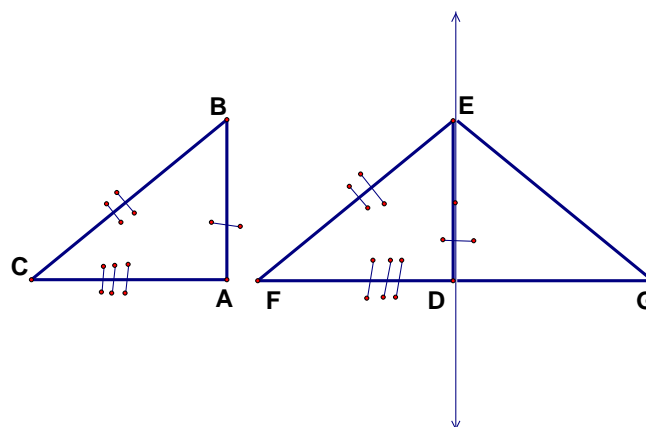
Fig. 8.5



Fuente: Correa, Cruz y Razo (2002).

DEMOSTRACIÓN.

Sean los triángulos ABC y DEF, tales que $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $AB = DE$ y $BC = EF$ como lo muestra la figura N° 8.6



Fuente: Correa, Cruz y Razo (2002).

Demostraremos que $\triangle ABC = \triangle DEF$.

Encontremos un punto G en el rayo opuesto a DF, tal que $DG = AC$.

Por lo tanto $\triangle DEG = \triangle ABC$ por el postulado LAL. Por otra parte $EG = BC$ ya que $BC = EF = EG$ apliquemos hipótesis y la congruencia de los triángulos $\triangle DEG$ y $\triangle ABC$, por esta misma razón $\angle G = \angle C$ y $EG = EF$. El $\angle EF$. El $\angle F = \angle G$ por ser ángulos de la base de un triángulo isósceles.

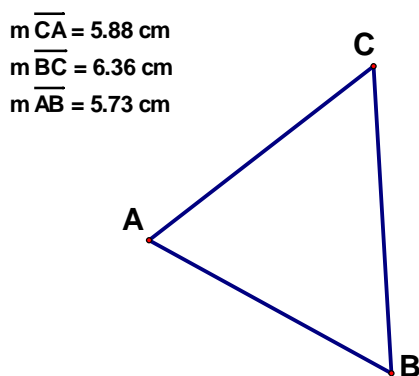
Así $\triangle DEF = \triangle DEG$ aplicando el teorema LAA. Pero, Observemos lo siguiente $\triangle DEF = \triangle DEG = \triangle ABC$ por lo tanto $\triangle ABC = \triangle DEF$.

d. Realiza la construcción del teorema 19: si dos lados de un triángulo son congruentes, entonces los ángulos opuestos a estos lados son congruentes.

- Construir un segmento definido por dos puntos A y B.
- Construir la mediatriz del segmento anterior.
- Encontrar un punto C sobre la mediatriz.
- Construir un triángulo definido por los puntos A, B y C.
- Medir los lados del triángulo y notar que es triángulo isósceles.
- Marcar los $\angle CAB$ y $\angle CBA$.
- Medir los ángulos marcados y verificar el teorema.
- Arrastrando cualquiera de los puntos que definen el triángulo, puede verificarse el teorema para diferentes casos.

CONSTRUCCIÓN:

Fig. 8.6

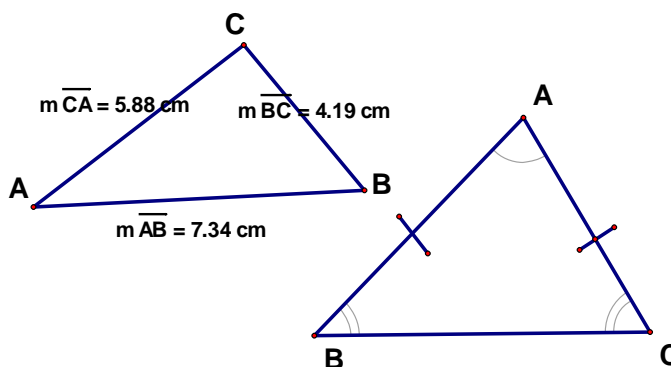


Fuente: Correa, Cruz y Razo (2002).

DEMOSTRACIÓN.

Sea el triángulo ABC. Si $AB = AC$ como la figura siguiente demostraremos que $\angle B = \angle C$.

Fig. 8.6



Consideremos la correspondencia ABC con ACB del triángulo ABC consigo mismo. En esta correspondencia *tenemos* que $AB = AC$, $AC = AB$ y $\angle A = \angle A$, por postulado LAL se tiene que $\angle B = \angle C$, por definición de congruencia de triángulos $\angle B = \angle C$.

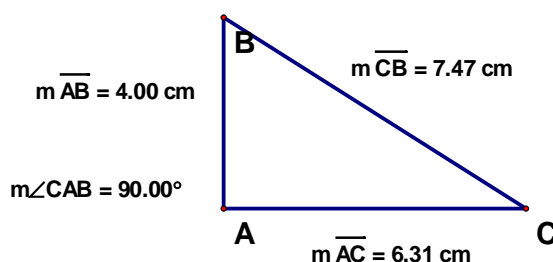
29.1 Teorema de Pitágoras.

a. Construye el teorema 20. El Teorema de Pitágoras: en todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

- Construir un segmento definido por dos puntos A y B.
- Construir una recta perpendicular al segmento AB que pase por el punto A.
- Encontrar un punto C sobre la recta perpendicular construida.
- Construir un triángulo definido por los puntos A, B y C, Marcar y medir el ángulo A y notar que siempre es un ángulo recto.
- Medir los lados del ABC.
- Verificar el teorema para los valores que se obtienen de los lados del triángulo a lápiz y papel.
- Pueden generarse *otros* casos de triángulos rectángulos en donde se cumple el teorema de Pitágoras, arrastrando cualquiera de los puntos que definen el ABC.

CONSTRUCCIÓN

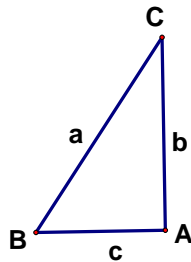
Fig. 8.7



Fuente:Correa, J., Cruz M., Razo D., (2002).

DEMOSTRACIÓN

Sea el triángulo ABC cuyo ángulo recto es $\angle A$; a la hipotenusa, b , c los catetos.
Como lo muestra la figura
Fig. 8.8.

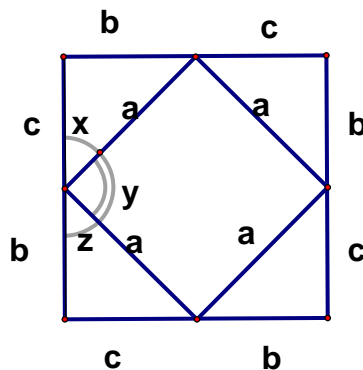


Fuente: Correa, J., Cruz M., Razo D., (2002).

Demostraremos que $a^2 = b^2 + c^2$

Primeramente, construyamos un cuadrado de longitud de lados $b + c$.

En este cuadrado, dibujemos cuatro triángulos rectángulos con catetos b y c , como lo muestra la figura N° 8.9



Fuente: Correa, Cruz y Razo (2002).

Por el postulado LAL, cada uno de los cuatro triángulos es congruente con el triángulo dado. Por lo tanto, los lados del cuadrado tienen longitud a . Por otra parte el cuadrilátero formado por las cuatro hipotenusas es un cuadrado, puesto que $x + z = 90^\circ$ por ser los ángulos agudos de un triángulo rectángulo. Como $x + y + z = 180^\circ$ se deduce que $y = 90^\circ$. El mismo razonamiento podemos seguir para los tres vértices restantes de nuestro cuadrilátero.

Para finalizar nuestra demostración es necesario recordar las fórmulas de cálculo de áreas de un cuadrado y de un triángulo. Ya que en la figura anterior podemos observar que el área del cuadrado mayor es igual al área del

cuadrado menor, más la suma de las áreas de los cuatro triángulos congruentes. Por lo que podemos escribir

$$b^2 + c^2 = a^2 + 4 \left(\frac{1}{2} bc \right)$$

$$b^2 + 2bc + c^2 = a^2 + 2bc$$

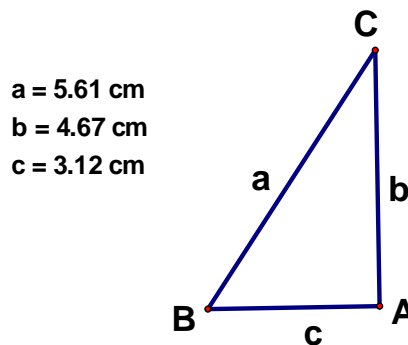
Cancelando términos semejantes de ambos lados de la identidad obtenemos $b^2 + c^2 = a^2$

b. Construye el teorema 21. La hipotenusa es el lado mayor de cualquier triángulo rectángulo.

- Construir un segmento definido por dos puntos A y B.
- Construir una recta perpendicular al segmento AB que pase por el punto A.
- Encontrar un punto C sobre la recta perpendicular construida.
- Construir un triángulo definido por los puntos A, B y C, marcar el ángulo A y notar que siempre es un ángulo recto.
- Medir los lados del ABC y verificar el teorema.
- Pueden generarse otros casos de triángulos rectángulos en donde se cumple el teorema, arrastrando cualquiera de los puntos que definen el ABC

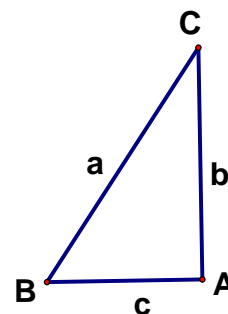
CONSTRUCCIÓN

Fig. 8.10



Fuente: Correa, J., Cruz M., Razo D., (2002).

DEMOSTRACION



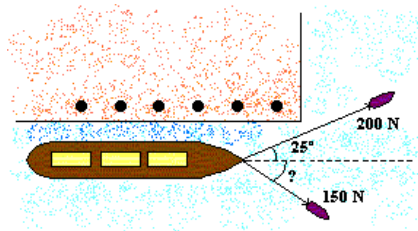
Como el ángulo A es recto, entonces es mayor que el ángulo B y el ángulo C. Entonces invocado el teorema anterior tenemos que $BC > AC$ Y $BC > AB$.

29.3 Problemas de aplicación

Por último hemos planteado problemas de la vida real o de aplicación.

- a) Dos pequeñas lanchas ayudan a que un barco salga de su embarcadero. Una de las lanchas está tirando de él con una fuerza de **200 N**, mientras que la otra lo hace con una fuerza de **150 N**

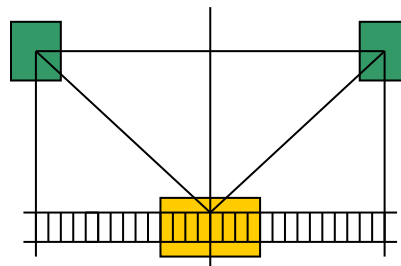
Fig. 8.1.1.



La primera lancha toma una dirección que forma un ángulo de **25°**. ¿Qué dirección debe tomar la otra lancha para que el barco salga paralelamente al espigón o entrada del puerto?

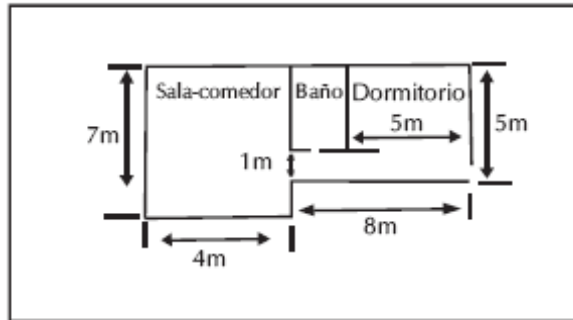
- b) Cerca de dos pueblos A y B pasa la vía del tren. Después de muchos años de intentarlo, consiguen que les construyan un apeadero para los dos pueblos. Deciden situarlo a igual distancia de los dos. Describe el método que utilizaran para localizar el punto en el que irá el apeadero para descansar. Haz un esquema gráfico del problema. Se hace una perpendicular a la vía desde cada pueblo. Se mide la distancia y en el punto medio se construye la estación.

Fig. 8.1.2



- c) La Sra. Lilia desea colocar mosaico para el piso de su recámara, baño y dormitorio, si cada mosaico mide $25 \times 25 \text{ cm}$, ¿Cuántos mosaicos tendrá que comprar?

Fig. 8.1.3



- d) El techo de una casa habitación construida a doble, tiene una distancia horizontal de 20 metros y una elevación de 3 metros. Calcular la longitud de la parte inclinada del techo y el ángulo de inclinación.

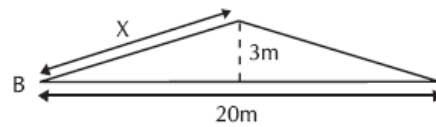
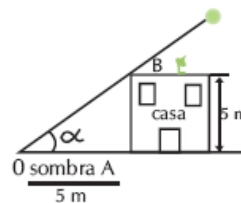


Fig. 8.1.4

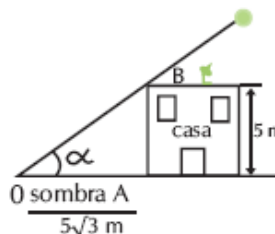
- e) Una casa de 5 m de altura proyecta una sombra de 5 m de longitud. Encuentra el ángulo de elevación del Sol.

Fig. 8.1.5



- f) Calcula el ángulo de elevación del Sol, si una casa de 5 m de altura proyecta una sombra de $5\sqrt{3}$ m de longitud.

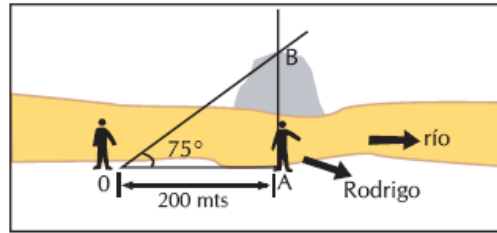
Fig. 8.1.6



- g) Para calcular el ancho de un río, Rodrigo tomó como referencia una piedra que se encuentra del otro lado del río (enfrente de él),

posteriormente camina 200 metros a la izquierda formando un ángulo de 75° . Con base en esta información, ¿qué medida tiene el ancho del río?

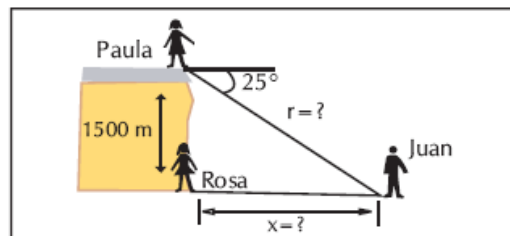
Fig. 8.1.7



- h) Paula, Rosa y Juan necesitan saber hasta que distancia se puede escuchar un radio transmisor, para ello deciden probarlo y se sitúan de la siguiente manera:

En el punto más alto del cerro se ubica Paula directamente por encima de Rosa, el cerro tiene una altura de 1500 m, el ángulo de depresión de Paula hacia Juan que se encuentra cercano a una carretera es de 25° . Calcula la distancia en metros desde donde está situada Rosa hasta donde está Juan y la distancia en donde se encuentra Paula con respecto a Juan. Calcula el alcance del radio con respecto a los tres puntos de referencia.

Fig. 8.1.8



- i) Un avión que está en vuelo, se reporta a la torre de control e indica que está a una altura de 1500 m y empieza a descender a la pista sobre una trayectoria recta que está a 10.5° de depresión.

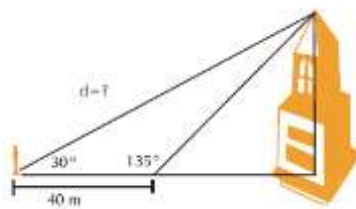
Calcula la distancia horizontal hasta que se hace contacto al piso y la distancia inclinada recorrida en el momento de reportarse hasta tocar las llantas la pista de aterrizaje

- j) Se coloca una escalera de 7m contra un edificio de modo que el extremo inferior está a 1.5 m de la base del edificio. ¿Qué ángulo forma la escalera con el piso y cuál es la altura alcanzada de la escalera respecto al edificio?
- k) Dos aviones parten del mismo aeropuerto a la misma hora. El primero viaja a una velocidad de 120 km/h en una dirección de 340° . El segundo

vuela a una velocidad de 180 km/h en una dirección de 190° . Después de 2 horas, ¿a qué distancia se encuentran los aviones entre sí?

- l) Un trozo de alambre de 7.5 m, de longitud, es doblado formando un triángulo. Uno de los lados mide 2.8 m y el otro 3.1 m. Calcula los valores de los ángulos interiores del triángulo.
- m) Quieres encontrar la ubicación de una montaña tomando medidas desde dos puntos que se encuentran a 5 km uno de otro. Desde el primer punto, el ángulo formado entre la montaña y el segundo punto es 76° . Desde el segundo punto, el ángulo formado entre la montaña y el primer punto es 52° . ¿Qué tan lejos está la montaña de cada punto?
- n) Una persona observa un edificio cuya parte más alta forma con el suelo un ángulo de 30° , si avanza 40 metros. Calcula la distancia desde el punto inicial del observador al punto más alto del edificio.

Fig. 8.1.9



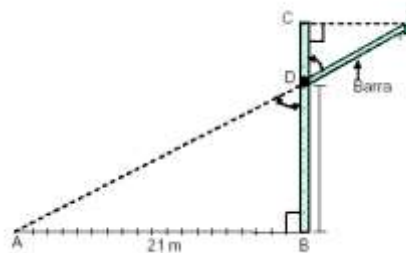
- o) El ángulo de una esquina de un terreno triangular mide 76° y los lados que unen a esta esquina miden 120 m y 112 m de longitud. Calcula la longitud del tercer lado.
- p) Un ciclista efectúa dos desplazamientos, el primero de 7 km al Norte y el segundo de 5 Km. al Este.
 - ¿Cuál es la distancia total recorrida por el deportista?
 - Encuentre gráficamente cuál es su desplazamiento resultante, así como la dirección en que actúa.
- q) Un jugador de fútbol americano efectúa los siguientes desplazamientos: 6 m al Este, 4 m en dirección Noreste y finalmente 2 m al Norte.

¿Cuál es la distancia total que recorre?

Encuentre en forma gráfica cuál fue su desplazamiento resultante, en qué dirección actúa y cuál es el valor del ángulo medido con respecto al Este.

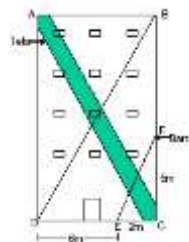
- r) Un camello en el desierto realiza los siguientes desplazamientos:
 3 km al Sur, 4 Km. al Este, 2.5 Km. en dirección Noreste con un ángulo de 37° medidos respecto al Este y 2.4 km al Norte.
 ¿Cuál es la distancia total recorrida por el camello?
 Determine gráficamente cuál fue su desplazamiento resultante, su dirección y el valor del ángulo medido con respecto al Este.
- s) En una torre de 30 m, se ha colocado una barra que soporta una lámpara a una altura de 20 m. Por razones de seguridad se tiene que colocar un cable CE, como lo indica la figura. Calcular la longitud de dicho cable.

Fig. 8.2.0.



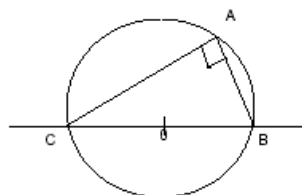
- t) Un edificio rectangular (ABCD), se desea colocar una franja de tela a lo largo de la diagonal AC. En tal edificio se conoce que, los puntos ubicados a 2m del punto C sobre la base y a 5 m del punto C sobre el lado CB se encuentra una barra que une a dichos puntos y es paralela a la diagonal DB. Calcular la longitud que debe tener la franja de tela.

Fig. 8.2.1.



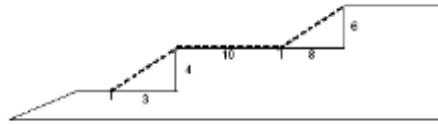
- u) En un terreno circular con centro en O el diámetro mide 50 m y la cuerda AB=30 m .Calcular el área inscrito en el terreno circular.

Fig. 8.2.2.



- v) Liliana se lanza del tobogán ¿Cuántos metros va a recorrer en total para caer en la alberca?

Fig. 8.2.3



- w) Los extremos de una cuerda de 11 metros de longitud se unen a dos ganchos colocados en un techo horizontal y separados entre si 9 metros. A los 4 metros de uno de los extremos de la cuerda se une un peso de 100 kilopondios. Calcular la tensión en los dos segmentos de la cuerda.

Fig. 8.2.4

